EQUATIONS DU SECOND DEGRE

Aimé DIUMI DIKOLO

www.wiscorp.com

Bonjour à tous.

Dans ce cours, nous allons aborder les équations du second degré.

Que vous ayez quelques notions sur ça ou pas, n'ayez aucune crainte car dans ce cours, nous commençons à partir de zéro…

A la fin de ce cours, vous serez capables de :

- Résoudre une équation du second degré quel que soit la forme de ses coefficients
- Résoudre une équation du second degré ayant des termes manquants
- Résoudre les équations réductibles au second degré

A la fin, nous vous proposons une série d'exercices résolus et non résolus pour votre entrainement.

Nous sommes entièrement disponibles pour toute question ou suggestion.

Bonne lecture.

Table des matières

I. EQUATIONS DU SECOND DEGRE

I.1 DEFINITIONS

Commençons en douceur pour ne pas faire mal aux autres…

Dans cette section, nous allons essayer d'expliquer ce que signifie une équation et nous verrons aussi ce quoi une équation du second degré

I.1.1 Equation

Une équation est une égalité qui comporte au moins une inconnue.

Une inconnue est représentée par une lettre remplaçant un nombre dont on ne connait pas sa valeur.

Exemple : $2x + 3 = 5$; $x + 2y = 5$ *et* $x^2 - 5x + 6 = 0$ sont des équations.

Contre-exemple : $56 = 50 + 6$ n'est pas une équation : c'est une égalité vraie mais qui n'a pas des inconnues.

$2x + 4$ N'est pas une équation car il n'y a pas d'égalité quoiqu'ayant une inconnue.

I..1.2 Equation à une inconnue

Une équation est dite à une inconnue si elle ne comporte qu'une seule inconnue (variable). Sachez que l'inconnue (la lettre) peut se répéter plusieurs fois.

Exemple : $2x + 3 = 4x + 6$; $x^2 + 5x + 6 = 0$; $x^3 + 25x^2 + 30 = 0$ sont des équations à une variable.

Contre-exemple : $2x + 3y = 4$ n'est pas une équation à une inconnue car elle comporte deux inconnues (x *et* y)

I.1.3 Equation du second degré

Une équation est dite du second degré lorsque le degré supérieur de l'inconnue est deux. En d'autres termes, une équation du second degré est une équation dont l'exposant le plus élevé de l'inconnue est 2.

Exemple : $x^2 - 5x + 6 = 0$; $x^2 - 9x + 6 = 0$; $2x + 3 - 2x^2 = 0$ sont des équations du second degré.

Contre-exemple : $2x + 3 = 0$; $x^3 + 2x^2 = 3$; $2x + 4 = 5x + 7$ ne sont des équations du second degré.

I.2 RESOLUTION

Maintenant que vous savez ce qui signifie une équation du second degré, voyons maintenant comment résoudre ça.

Une équation du second degré en xa la forme générale ci-après :

$ax^2 + bx + c = 0$ Avec $a \in \mathbb{R}^* \,; b, c \in \mathbb{R}$

a, b et c sont les coefficients :

- ✓ a est le coefficient de x^2, en d'autres termes, a est le nombre devant x^2 et cela qu'il soit au milieu, à la fin ou au début de l'équation.
- ✓ b est le coefficient de x. Si ce n'est pas clair, sachez que b est le nombre qui se trouve devant x.
- ✓ c est le terme indépendant, c'est-à-dire le nombre qui n'est pas accompagné de $x \; ou \; x^2$

Je crois que ça sera plus clair avec des exemples :

$x^2 - 5x + 6 = 0$, pour cette équation : $a = 1; b = -5 \; et \; c = 6$

$-2x^2 + 5x - 3 = 0$, pour celle-ci : $a = -2 \,; b = 5 \; et \; c = -3$

$6 - 9x + x^2 = 0$: $a = 1 \,; b = -9 \; et \; c = 6$

$x^2 - 1 = 0$: $a = 1 \,; b = 0 \; et \; c = -1$

I.2.1 Cas général

Pour résoudre une équation ayant la forme général $ax^2 + bx + c = 0$, on procède comme suit :

- D'abord, on identifie les valeurs de a, b et c
- Ensuite, on calcule le discriminant ou le réalisant (delta) par la formule :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Etant donné que Δ est un réel, trois cas sont possibles : il peut être positif ($\Delta > 0$), nul ($\Delta = 0$) ou négatif ($\Delta < 0$). Les solutions dépendent de ces trois cas.

1er cas : Le discriminant est positif ($\Delta > \mathbf{0}$)

Dans ce cas, l'équation admet deux racines réelles données par les formules suivantes :

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ Ou sous la forme condensée :

$$\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \; \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2e cas : Le discriminant est nul ($\Delta = \mathbf{0}$)

Dans ce cas, l'équation admet une racine double donnée par la formule :

$$x_1 = x_2 = {}^{-b}/_{2a}$$

3e cas : Le discriminant est négatif ($\Delta < \mathbf{0}$)

Si le discriminant est négatif, alors l'équation n'admet pas de racines réelles et par conséquent : $S = \emptyset$.

Exemple 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
b) $x^2 - 6x + 9 = 0$
c) $2x^2 + 4x + 3 = 0$

Résolution

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$a = 1\,; b = -5 \;\; et\ c = 6$

Il suffit de remplacer chaque paramètre par sa valeur dans la formule du discriminant.

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6$

$= 25 - 24$

$\Delta = 1 \; > 0$

Comme le discriminant est positif, nous sommes dans le premier cas : on aura deux racines réelles.

- $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
  $= \frac{-(-5)+\sqrt{1}}{2\times 1}$
  $= \frac{5+1}{2}$
  $= {}^{6}/_{2}$
  $x_2 = 3$

- $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
  $= \frac{-(-5)-\sqrt{1}}{2\times 1}$
  $= \frac{5-1}{2}$
  $= {}^{4}/_{2}$
  $x_1 = 2$

$S = \{2\,;\ 3\}$

$b)\ x^2 - 6x + 9 = 0$

$a = 1\,; b = \; -6 \quad et\ c = 9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9$

$= 36 - 36$

$\Delta = 0$

Nous avons une racine double :

$x_1 = x_2 = {}^{-b}/_{2a}$

$= \frac{-(-6)}{2 \times 1}$

$= {}^{6}/_{2}$

$x_1 = x_2 = 3$

$S = \{3\}$

c) $2x^2 + 4x + 3 = 0$

$a = 2\,; b = 4 \;\; et\; c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (4)^2 - 4 \times 2 \times 3$

$= 16 - 24$

$\Delta = \; -8$

Le discriminant est négatif :

$S = \emptyset$

I.2.2 Cas particuliers

1. Le discriminant simplifié ou réduit de l'équation

Si dans l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, le coefficient b est pair, alors on peut utiliser le discriminant simplifié. Si le coefficient b est pair, cela signifie qu'on peut trouver un réel non nul b' tel que $b = 2b'$.

Si ce n'est pas clair, je change les termes : Si dans votre équation, le coefficient de x (le coefficient b) est pair, alors on peut trouver le nombre b' tel que $b' = {}^{b}/_{2}$.

Dans ce cas, on utilise la formule suivante pour trouver le discriminant simplifié :

$\Delta' = (b')^2 - ac$

Une fois ce discriminant simplifié calculé, on peut se retrouve dans l'un des trois cas suivants :

1[er] cas : $\Delta' > \mathbf{0}$ Le discriminant simplifié est positif

L'équation admet deux racines réelles données par les formules suivantes :

$x_1 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$ *et* $x_2 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$

2[e] cas : $\Delta' = \mathbf{0}$ Le discriminant simplifié est nul

Nous aurons une racine double donnée par la formule :

$x_1 = x_2 = {}^{-b'}/_{a}$

3[e] cas : $\Delta' < \mathbf{0}$ Le discriminant simplifié est négatif

L'équation n'admet pas de racines réelles et $S = \emptyset$.

Exemple 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-après :

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$
b) $2x^2 - 20x + 50 = 0$
c) $-x^2 + 4x - 6 = 0$

Résolution

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

$a = 1\,; b = -6\ et\ c = 8$

Etant donné que b est pair, on peut utiliser le discriminant simplifié, b' sera donné par :

$b' = {}^{b}/_{2} \Leftrightarrow b' = {}^{-6}/_{2}$

$b' = -3$

Trouvons le discriminant simplifié :

$\Delta' = (b')^2 - ac$

$= (-3)^2 - 1 \times 8$

$= 9 - 8$

$\Delta' = 1$

Le discriminant simplifié est positif, l'équation admet deux racines :

$x_1 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$
$= \frac{-(-3)-\sqrt{1}}{1}$
$= \frac{3-1}{1}$
$x_1 = 2$

$x_2 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$
$= \frac{-(-3)+\sqrt{1}}{1}$
$= \frac{3+1}{1}$
$x_1 = 4$

$S = \{2\,;4\}$

b) $2x^2 - 20x + 50 = 0$

$a = 2\,; b = -20\ et\ \ c = 50$

$b' = {}^{b}/_{2} \Leftrightarrow b' = {}^{-20}/_{2}$

$b' = -10$

$\Delta' = (b')^2 - ac$

$= (-10)^2 - 2 \times 50$

$\Delta' = 0$

L'équation admet une racine double

$x_1 = x_2 = {}^{-b'}/_{a}$

$= \frac{-(-10)}{2}$

$x_1 = x_2 = 5$

$S = \{5\}$

c) $-x^2 + 4x - 6 = 0$

$a = -1\,; b = 4\ \ et\ c = -6$

$b' = {}^{b}/_{2} \Leftrightarrow b' = {}^{4}/_{2}$

$b' = 2$

$\Delta' = (b')^2 - ac$

$= (2)^2 - (-1) \times (-6)$

$= 4 - 6$

$\Delta' = -2$

Le discriminant simplifié est négatif : l'équation n'admet pas de racines réelles.

$S = \emptyset$

2. Equations incomplètes

Il arrive parfois que dans une équation du second degré certains termes manquent (b ou c). Dans cette section, nous allons comment résoudre rapidement ces types d'équations.

1er cas : $\boldsymbol{b = 0 \ et \ c \neq 0}$

L'équation $ax^2 + c = 0$ admet des racines si les coefficients a et c sont de signes contraires.

En résumé :

Soit l'équation $ax^2 + c = 0$, considérer les signes des coefficients a et c :

- Si a et c sont de même signe (c'est-à-dire $a < 0 \ et \ c < 0 \quad ou \ a > 0 \ et \ c > 0$)

Dans ce cas, $S = \emptyset$

- S'ils sont de signes contraires, l'équation admet deux racines données par les formules :

$$x_1 = -\sqrt{\frac{-c}{a}} \qquad et \quad x_2 = \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

2e cas : $\boldsymbol{c = 0 \quad et \ b \neq 0}$

L'équation $ax^2 + bx = 0$ admet deux racines dont l'une est nulle :

$$x_1 = 0 \quad et \ x_2 = {}^{-b}/_{a}$$

3e cas : $\boldsymbol{b = 0 \quad et \ c = 0}$

L'équation $ax^2 = 0$ admet une racine double nulle : $x_1 = x_2 = 0$

Exemple 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-après :

a) $2x^2 - 4 = 0$
b) $-x^2 + 16 = 0$
c) $x^2 + 2 = 0$
d) $3x^2 - 6x = 0$

Résolution

a) $2x^2 - 4 = 0$

$a = 2\,; b = 0 \ et \quad c = -4$

Etant donné que a et c sont de signes contraires (1er cas), l'équation admet deux racines données par :

$$x_1 = -\sqrt{\frac{-c}{a}}$$
$$= -\sqrt{\frac{-(-4)}{2}}$$
$$= -\sqrt{\frac{4}{2}}$$
$$x_1 = -\sqrt{2}$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{-c}{a}}$$
$$= \sqrt{\frac{-(-4)}{2}}$$
$$= \sqrt{\frac{4}{2}}$$
$$x_2 = \sqrt{2}$$

$S = \{-\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{2}\}$

$b)\ -x^2 + 16 = 0$

$a = -1\ ;\ b = 0\ \ et\ \ c = 16$

a et c sont de signes contraires (1^er^ cas), l'équation admet deux racines :

$$x_1 = -\sqrt{\frac{-c}{a}}$$
$$= -\sqrt{\frac{-16}{-1}}$$
$$= -\sqrt{16}$$
$$x_1 = -4$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{-c}{a}}$$
$$= \sqrt{\frac{-16}{-1}}$$
$$= \sqrt{16}$$
$$x_1 = 4$$

$S = \{-4\ ;\ \ 4\}$

$c)\ x^2 + 2 = 0$

$a = 1\ ;\ b = 0\ \ et\ c = 2$ (1^er^ cas)

a et c sont de même signe, donc :

$S = \emptyset$

$d)\ 3x^2 - 6x = 0$

$a = 3\ ;\ \ b = -6\ \ et\ c = 0$ (2^e^ cas)

$x_1 = 0$

$x_2 = {}^{-b}/_{a}$

$= {}^{6}/_{3}$

$x_2 = 2$

$S = \{0\ ;\ \ 2\}$

II. EQUATIONS REDUCTIBLES AU SECOND DEGRE

Dans cette section, nous allons parler des équations bicarrées.

Une équation bicarrée en x est une équation de la forme :

$ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad$ Avec $a \in \mathbb{R}^0, b\ et\ c \in \mathbb{R}$

Pour résoudre une équation bicarrée $ax^4 + bx^2 + c = 0$, on procède comme suit :

- Poser $x^2 = t$
- Remplacer x^2 par t dans l'équation et elle devient :

$at^2 + bt + c = 0$, une équation du second degré en t. Cette équation est aussi appelée équation résolvante de la première équation

- Résoudre l'équation résolvante et ne retenir que les racines positives ou nulles.
- Ensuite : $x^2 = t \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{t}$

Exemple 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-après :

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
b) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$
c) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$
d) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$
e) $x^4 + 4x^2 + 4 = 0$
f) $2x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

Résolution

$a)\ x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Posons $x^2 = t$

En remplaçant cela dans l'équation, on obtient :

$t^2 - 5t + 4 = 0$

Résolvons maintenant cette nouvelle équation.

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 4$

$= 25 - 16$

$\Delta = 9$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $= \frac{5-\sqrt{9}}{2\times1}$ $= \frac{5-3}{2}$ $t_1 = 1$	$t_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $= \frac{5+\sqrt{9}}{2\times1}$ $= \frac{5+3}{2}$ $t_2 = 4$

Or nous avions posé que $x^2 = t$:

Remplaçons t par les valeurs trouvées

Pour $t = 1$
$x^2 = t$
$\Leftrightarrow x^2 = 1$
$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1}$
$\Leftrightarrow x = \pm 1$
$\Leftrightarrow x = -1 \ ou\ x = 1$

Pour $t = 4$
$x^2 = t$
$\Leftrightarrow x^2 = 4$
$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4}$
$\Leftrightarrow x = \pm 2$
$\Leftrightarrow x = -2 \ ou\ x = 2$

$S = \{-2\ ;\ -1\ ; 1\ ; 2\}$

$b)\ x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

Posons $x^2 = t$, l'équation devient :

$t^2 - 2t - 8 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8)$

$= 4 + 32$

$\Delta = 36$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
$= \frac{2-\sqrt{36}}{2\times 1}$
$= \frac{2-6}{2}$
$t_1 = -2$ (A rejeter)

$t_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
$= \frac{2+\sqrt{36}}{2\times 1}$
$= \frac{2+6}{2}$
$t_2 = 4$

Pour $t = 4$

$x^2 = t$

$\Leftrightarrow x^2 = 4$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4}$

$\Leftrightarrow x = \pm 2$

$\Leftrightarrow x = -2 \ ou\ x = 2$

$S = \{-2\ \ ;\ \ 2\}$

$c)\ x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

Posons $x^2 = t$, l'équation devient :

$y^2 + 3x + 2 = 0$

$\Delta = (3)^2 - 4 \times 1 \times 2$

$= 9 - 8$

$\Delta = 1$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $= \frac{-3-\sqrt{1}}{2\times1}$ $= \frac{-3-1}{2}$ $t_1 = -2$ A rejeter	$t_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $= \frac{-3+\sqrt{1}}{2\times1}$ $= \frac{-3+1}{2}$ $t_2 = -1$ A rejeter

$S = \emptyset$

$d)\ x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

Posons $x^2 = t$, l'équation devient :

$t^2 - 8t + 16 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 16$

$= 64 - 64$

$\Delta = 0$

$t_1 = t_2 = {}^{-b}/_{2a}$

$= {}^{8}/_{2 \times 1}$

$t_1 = t_2 = 4$

Pour $t = 4$

$x^2 = t$

$\Leftrightarrow x^2 = 4$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4}$

$\Leftrightarrow x = \pm 2$

$\Leftrightarrow x = -2 \ ou\ x = 2$

$S = \{-2 \ ; \ 2\}$

$e)\ \ x^4 + 4x^2 + 4 = 0$

Posons $x^2 = t$, l'équation devient :

$t^2 + 4t + 4 = 0$

$\Delta = (4)^2 - 4 \times 1 \times 4$

$= 16 - 16$

$\Delta = 0$

$t_1 = t_2 = {}^{-b}/_{2a}$

$= \frac{-4}{2\times 1}$

$t_1 = t_2 = -2$ A rejeter

$S = \emptyset$

$f)\ 2x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

Posons $x^2 = t$, l'équation devient :

$2t^2 + 3t + 2 = 0$

$\Delta = (3)^2 - 4 \times 2 \times 2$

$= 9 - 16$

$\Delta = -7$

Pas de racines réelles

$S = \emptyset$

III. EXERCICES RESOLUS[1]

EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$a)\ x^2 - 7x + 12 = 0$

$b)\ -x^2 + 11x - 30 = 0$

$d)\ 10x^2 + x + 1 = 0$

$e)\ -12x^2 + 8x - 1 = 0$

[1] La plupart d'exercices sont issus du livre « Maitriser les Maths4 », des éditions LOYOLA, Kinshasa, R.D. Congo. Ils sont non résolus dans le livre.

$c)\ x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$

$f)\ -12 + 4x + x^2 = 0$

$g)\ x^2 - 11x = -10$

Résolution

$a)\ x^2 - 7x + 12 = 0$

$\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 12$

$= 49 - 48$

$\Delta = 1$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{7-\sqrt{1}}{2\times1}$

$= \frac{6}{2}$

$x_1 = 3$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{7+\sqrt{1}}{2\times1}$

$= \frac{8}{2}$

$x_2 = 4$

$S = \{3\ ;\ \ 4\}$

$b)\ -x^2 + 11x - 30 = 0$

$\Delta = (11)^2 - 4 \times (-1) \times (-30)$

$= 121 - 120$

$\Delta = 1$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{-11-\sqrt{1}}{2\times(-1)}$

$= \frac{-11-1}{-2}$

$x_1 = {}^{-12}/_{-2}$

$x_1 = 6$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{-11+\sqrt{1}}{2\times(-1)}$

$= \frac{-11+1}{-2}$

$x_2 = {}^{-10}/_{-2}$

$x_2 = 5$

$S = \{5\ ;\ \ 6\}$

$c)\ x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$

Essayons d'abord de transformer l'équation :

$x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \frac{4x^2+4x+1}{4} = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0 \times 4$

$\Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$

$\Delta = (4)^2 - 4 \times 4 \times 1$

$= 16 - 16$

$\Delta = 0$

$x_1 = x_2 = {}^{-b}/_{2a}$

$= \frac{-4}{2\times4}$

$= \frac{-4}{8}$

$x_1 = x_2 = {}^{-1}/_{2}$

$S = \{{}^{-1}/_{2}\}$

$d)\ 10x^2 + x - 1 = 0$

$\Delta = (1)^2 - 4 \times 10 \times 1$

$= 1 - 40$

$\Delta = -39$

L'équation n'admet pas de racines réelles

$S = \emptyset$

$e) - 12x^2 + 8x - 1 = 0$

$\Delta = (8)^2 - 4 \times (-12) \times (-1)$

$= 64 - 48$

$\Delta = 16$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 - \sqrt{16}}{2 \times (-12)} = \frac{-8 - 4}{-24} = \frac{-12}{-24}$$

$$x_1 = {}^{1}/_{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 + \sqrt{16}}{2 \times (-12)} = \frac{-8 + 4}{-24} = \frac{-4}{-24}$$

$$x_2 = {}^{1}/_{6}$$

$S = \{{}^{1}/_{6}\ ;\ {}^{1}/_{2}\}$

$f) - 12 + 4x + x^2 = 0$

$\Delta = (4)^2 - 4 \times 1 \times (-12)$

$= 16 + 48$

$\Delta = 64$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-4-\sqrt{64}}{2\times 1}$$
$$= \frac{-4-8}{2}$$
$$= \frac{-12}{2}$$
$$x_1 = -6$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-4+\sqrt{64}}{2\times 1}$$
$$= \frac{-4+8}{2}$$
$$= \frac{4}{2}$$
$$x_2 = 2$$

$S = \{-6; 2\}$

$g)\ x^2 - 11x = -10$

$\Leftrightarrow x^2 - 11x + 10 = 0$

$\Delta = (-11)^2 - 4\times 1\times 10$

$= 121 - 40$

$\Delta = 81$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{11-\sqrt{81}}{2\times 1}$$
$$= \frac{11-9}{2}$$
$$= \frac{2}{2}$$
$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{11+\sqrt{81}}{2\times 1}$$
$$= \frac{11+9}{2}$$
$$= \frac{20}{2}$$
$$x_2 = 10$$

$S = \{1\ ;\ 10\}$

EXERCICE 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

$a)\ x^2 + x + 12 = 0$

$b)\ x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 3 = 0$

$c)\ 15x^2 - 10x + 2 = 0$

$d)\ x^2 - 1{,}5x + 0{,}5625 = 0$

$e)\ x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{3}{8} = 0$

Résolution

$a)\ x^2 + x + 12 = 0$

$a = 1; b = 1\ et\ c = 12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 1^2 - 4 \times 1 \times 12$

$\Delta = -47$

$\Delta < 0, donc\ pas\ de\ racines\ réelles$

$S = \emptyset$

$b)\ x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 3 = 0$

$a = 1\ ; b = -2\sqrt{3}\ \ et\ c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-2\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times 3$

$= 4 \times (\sqrt{3})^2 - 12$

$= 4 \times 3 - 12$

$\Delta = 0$

$x_1 = x_2 = {}^{-b}/_{2a}$

$= \frac{-(-2\sqrt{3})}{2\times1}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{2}$

$x = \sqrt{3}$

$S = \{\sqrt{3}\}$

$c)\ 15x^2 - 10x + 2 = 0$

$a = 15\ ; b = -10\ et\ c = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-10)^2 - 4 \times 15 \times 2$

$= 100 - 120$

$\Delta = -20$

$\Delta < 0, donc\ pas\ de\ racines\ réelles$

$S = \emptyset$

$d)\ x^2 - 1{,}5x + 0{,}5625 = 0$

1ere méthode

$x^2 - 1{,}5x + 0{,}5625 = 0$

$a = 1\ ;\ \ b = -1{,}5\ \ et\ c = 0{,}5625$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-1{,}5)^2 - 4 \times 1 \times 0{,}5625$

$= 2{,}25 - 2{,}25$

$\Delta = 0$

$x_1 = x_2 = {}^{-b}/_{2a}$

$= \frac{-(-1{,}5)}{2\times1}$

$= \frac{1{,}5}{2}$

$x = {}^{15}/_{20}$

$= {}^{3}/_{4}$

$S = \{{}^{3}/_{4}\}$

2e méthode

Une égalité ne change pas si on multiplie les deux membres par un même nombre, multiplions cette équation par 10000 pour éviter les nombres décimaux.

$x^2 - 1{,}5x + 0{,}5625 = 0 \Leftrightarrow 10000(x^2 - 1{,}5x + 0{,}5625) = 0 \times 10000$

$\Leftrightarrow 10000x^2 - 10000 \times 1{,}5\ x + 10000 \times 0{,}5625 = 0$

$\Leftrightarrow 10000x^2 - 15000 + 5625 = 0$

$a = 10000\ ; b = -15000\ et\ c = 5625$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-15000)^2 - 4 \times 10000 \times 5625$

$= 225000000 - 225000000$

$\Delta = 0$

$x_1 = x_2 = {}^{-b}/_{2a}$

$= \frac{-(-15000)}{2 \times 10000}$

$= \frac{15000}{20000}$

$x = {}^{3}/_{4}$

$S = \{{}^{3}/_{4}\}$

$e)\ x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{3}{8} = 0$

Trouvons le dénominateur commun

$x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{3}{8} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{8x^2+2x-3}{8} = \frac{8 \times 0}{8}$

$\Leftrightarrow \frac{8x^2+2x-3}{8} = \frac{0}{8}$

$\Leftrightarrow 8x^2 + 2x - 3 = 0$

$a = 8\,;\quad b = 2\quad et\ c = -3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (2)^2 - 4 \times 8 \times (-3)$

$= 4 + 96$

$\Delta = 100$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{-2+\sqrt{100}}{2 \times 8}$

$= \frac{-2-10}{16}$

$= \frac{-12}{16}$

$x_1 = {}^{-3}/_{4}$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{-2+\sqrt{100}}{2 \times 8}$

$= \frac{-2+10}{16}$

$= \frac{8}{16}$

$x_2 = {}^{1}/_{2}$

$S = \{{}^{-3}/_{4}\ ;\ {}^{1}/_{2}\}$

EXERCICE 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$a)\ -\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+1=0$

$b)\ \frac{35}{2}x^2-\frac{2}{3}x+2=0$

$c)\ \frac{3}{28}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{7}=0$

$d)\ -\frac{5}{4}x^2-\frac{3}{2}x+1=0$

$e)\ x^2+\left(\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)x+6=0$

Résolution

$a)\ -\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+1=0$

$\Leftrightarrow \frac{-x^2+2x+4}{4}=\frac{4\times 0}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{-x^2+2x+4}{4}=\frac{0}{4}$

$\Leftrightarrow -x^2+2x+4=0$

$a=-1\,;b=2\ \ et\ c=4$

$\Delta = b^2-4ac$

$= 2^2-4\times(-1)\times 4$

$= 4+16$

$\Delta = 20$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2-\sqrt{20}}{2\times(-1)}=\frac{-2-2\sqrt{5}}{-2}=\frac{-2(1+\sqrt{5})}{-2}$$

$x_1 \ \ = 1+\sqrt{5}$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2+\sqrt{20}}{2\times(-1)}=\frac{-2+2\sqrt{5}}{-2}=\frac{-2(1-\sqrt{5})}{-2}$$

$x_2 \ \ = 1-\sqrt{5}$

$S=\left\{1-\sqrt{2}\ ;\quad 1+\sqrt{5}\right\}$

$b)\ \frac{35}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{105x^2-4x+12}{6} = \frac{0}{6}$

$\Leftrightarrow 105x^2 - 4x + 12 = 0$

$a = 105\ ;\ \ b = -4\ \ et\ c = 12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-4)^2 - 4 \times 105 \times 12$

$\Delta = 16 - 5040$

$\Delta = -5024$

$\Delta < 0, pas\ de\ racines\ réelles$

$S = \emptyset$

$c)\ \frac{3}{28}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{7} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3x^2-7x+4}{28} = \frac{28\times 0}{28}$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 4 = 0$

$a = 3\ ; b = -7\ et\ c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-7)^2 - 4 \times 3 \times 4$

$= 49 - 48$

$\Delta = 1$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7-\sqrt{1}}{2\times 3} = \frac{7-1}{6} = \frac{6}{6}$$
$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7+\sqrt{1}}{2\times 3} = \frac{7+1}{6} = \frac{8}{6}$$
$$x_2 = {}^{4}/_{3}$$

$S = \{1\ ;\ {}^{4}/_{3}\}$

$d)\ -\frac{5}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{-5x^2-6x+4}{4} = \frac{4\times 0}{4}$

$\Leftrightarrow -5x^2 - 6x + 4 = 0$

$a = -5\ ;\ b = -6\ et\ c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-6)^2 - 4 \times (-5) \times 4$

$= 36 + 80$

$\Delta = 116$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6-\sqrt{116}}{2\times(-5)} = \frac{6-2\sqrt{29}}{-10} = \frac{2(3-\sqrt{29})}{-10}$$
$$x_1 = \frac{3-\sqrt{29}}{-5}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6+\sqrt{116}}{2\times(-5)} = \frac{6+2\sqrt{29}}{-10} = \frac{2(3+\sqrt{29})}{-10}$$
$$x_2 = \frac{3+\sqrt{29}}{-5}$$

$S = \left\{\frac{3+\sqrt{29}}{-5}\ ;\ \frac{3-\sqrt{29}}{-5}\right\}$

$e)\ x^2 + \left(\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)x + 6 = 0$

$a = 1\ ;\ b = \sqrt{2}+\sqrt{18}\ \ et\ c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (\sqrt{2}+\sqrt{18})^2 - 4 \times 1 \times 6$

$= (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{18} + (\sqrt{18})^2 - 24$

$= 2 + 2 \times \sqrt{36} + 18 - 24$

$= 2 + 2 \times 6 + 18 - 24$

$\Delta = 8$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\left(\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)-\sqrt{8}}{2\times 1}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\left(\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)+\sqrt{8}}{2\times 1}$$

$$= \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{18} - \sqrt{8}}{2}$$
$$= \frac{-\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{(-1 - 3 - 2)\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{-6\sqrt{2}}{2}$$
$$x_1 = -3\sqrt{2}$$

$$= \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{8}}{2}$$
$$= \frac{-\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{(-1 - 3 + 2)\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{-2\sqrt{2}}{2}$$
$$x_2 = -\sqrt{2}$$

$S = \{-3\sqrt{2}\,;\, -\sqrt{2}\}$

EXERCICE 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a)\ 2x^2 + \sqrt{2}x + 8 = 0$

$b) - x^2 + 5\sqrt{2}x - 12 = 0$

$c) - \sqrt{2}x^2 + \left(4\sqrt{2} + 2\right)x - 4 = 0$

$d)\ x^2 + 2\left(1 + \sqrt{2}\right)x + 2\sqrt{2} = 6$

$e)\ x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\ x + 4 = 0$

Résolution

$a)\ 2x^2 + \sqrt{2}x + 8 = 0$

$a = 2\,; b = \sqrt{2}\ \ et\ c = 8$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (\sqrt{2})^2 - 4 \times 2 \times 8$

$= 2 - 64$

$\Delta = -62$

$\Delta < 0, pas\ de\ racines\ réelles$

$S = \emptyset$

$b) - x^2 + 5\sqrt{2}x - 12 = 0$

$a = -1\,; b = 5\sqrt{2}\ \ et\ c = -12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (5\sqrt{2})^2 - 4 \times (-1) \times (-12)$

$= 5^2 \times (\sqrt{2})^2 - 48$

$= 25 \times 2 - 48$

$\Delta = 2$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2\times(-1)} = \frac{(-5-1)\sqrt{2}}{-2} = \frac{-6\sqrt{2}}{-2}$$
$$x_1 = 3\sqrt{2}$$

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2\times(-1)} = \frac{(-5+1)\sqrt{2}}{-2} = \frac{-4\sqrt{2}}{-2}$$
$$x_1 = 2\sqrt{2}$$

$S = \{2\sqrt{2}\,;3\sqrt{2}\}$

$$c) -\sqrt{2}x^2 + (4\sqrt{2}+2)x - 4 = 0$$

$a = -\sqrt{2}\ ; b = (4\sqrt{2}+2) \qquad et\ c = -4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (4\sqrt{2}+2)^2 - 4 \times (-\sqrt{2}) \times (-4)$

$= (4\sqrt{2})^2 + 2 \times 4\sqrt{2} \times 2 + 4 - 16\sqrt{2}$

$= 32 + 16\sqrt{2} + 4 - 16\sqrt{2}$

$\Delta = 36$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(4\sqrt{2}+2)-\sqrt{36}}{2\times(-\sqrt{2})} = \frac{-4\sqrt{2}-2-6}{-2\sqrt{2}} = \frac{-4\sqrt{2}-8}{-2\sqrt{2}} = \frac{-2(2\sqrt{2}+4)}{-2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(4\sqrt{2}+2)+\sqrt{36}}{2\times(-\sqrt{2})} = \frac{-4\sqrt{2}-2+6}{-2\sqrt{2}} = \frac{-4\sqrt{2}+4}{-2\sqrt{2}} = \frac{-2(2\sqrt{2}-2)}{-2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(2\sqrt{2}+4)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$= \frac{2\times(\sqrt{2})^2+4\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{4+4\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{2(2+2\sqrt{2})}{2}$$
$$x_1 = 2+2\sqrt{2}$$

$$= \frac{(2\sqrt{2}-2)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$= \frac{2\times(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{4-2\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{2(2-\sqrt{2})}{2}$$
$$x_1 = 2-\sqrt{2}$$

$S = \{2-\sqrt{2}\ ;\ 2+2\sqrt{2}\}$

$d)\ x^2 + 2(1+\sqrt{2})x + 2\sqrt{2} = 6$

$\Leftrightarrow x^2 + (2+2\sqrt{2})x + 2\sqrt{2} - 6 = 0$

$a = 1; b = 2+2\sqrt{2}\ \ c = 2\sqrt{2}-6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (2+2\sqrt{2})^2 - 4\times1\times(2\sqrt{2}-6)$

$= 2^2 + 2\times2\times2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 - 8\sqrt{2} + 24$ $\qquad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= 4 + 8\sqrt{2} + 4\times2 - 8\sqrt{2} + 24$

$= 4 + 8\sqrt{2} + 8 - 8\sqrt{2} + 24$

$\Delta = 36$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-(2+2\sqrt{2})-\sqrt{36}}{2\times1}$$
$$= \frac{-2-2\sqrt{2}-6}{2}$$
$$= \frac{-8-2\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{2(-4-\sqrt{2})}{2}$$
$$x_1 = -4-\sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-(2+2\sqrt{2})+\sqrt{36}}{2\times1}$$
$$= \frac{-2-2\sqrt{2}+6}{2}$$
$$= \frac{4-2\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{2(2-\sqrt{2})}{2}$$
$$x_2 = 2-\sqrt{2}$$

$S = \{-4-\sqrt{2}\ ;\ \ 2-\sqrt{2}\}$

$e)\ x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{2x^2+\sqrt{2}\,x+2\times 4}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{2x^2+\sqrt{2}\,x+8}{2} = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 + \sqrt{2}\,x + 8 = 0$

$a = 2\,;\ \ b = \sqrt{2}\ \ \ et\ c = 8$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (\sqrt{2})^2 - 4 \times 2 \times 8$

$= 2 - 64$

$\Delta = -62 < 0$

Pas de racines réelles

$S = \emptyset$

EXERCICE 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a)\ x^2 + 4x = 0$

$b) - 3x^2 + 16 = 4$

$c)\ (x + 1)^2 - 2x = 0$

$d)\ (x - 3)(x + 2) + 6 = 0$

$e)\ \left(2x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} = 0$

Résolution

$a)\ x^2 + 4x = 0$

1ere méthode

$a = 1; b = 4\ \ \ et\ c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 0$

$= 16 - 0$

$\Delta = 16$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ | $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{-4-\sqrt{16}}{2\times 1}$	$= \frac{-4+\sqrt{16}}{2\times 1}$
$= \frac{-4-4}{2}$	$= \frac{-4+4}{2}$
$= \frac{-8}{2}$	$= \frac{0}{2}$
$x_1 = -4$	$x_2 = 0$

$S = \{0\,;\,-4\}$

2e méthode

$x^2 + 4x = 0$

Mettons x en évidence

$x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x+4) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad ou\; x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad ou\; x = -4$

$S = \{0\,;\,-4\}$

$b) - 3x^2 + 16 = 4$

$\Leftrightarrow -3x^2 + 16 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow -3x^2 + 12 = 0$

$a = -3\,;\; b = 0 \quad et\; c = 12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 0^2 - 4 \times (-3) \times 12$

$\Delta = 144$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
$= \frac{-0+\sqrt{144}}{2\times(-3)}$	$= \frac{-0-\sqrt{144}}{2\times(-3)}$
$= \frac{12}{-6}$	$= \frac{-12}{-6}$
$x_1 = -2$	$x_2 = 2$

$S = \{-2\,;2\}$

$c)\ (x+1)^2 - 2x = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - 2x = 0$ $\qquad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 2x = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 1 = 0$

$a = \ \ 1 ; b = 0 \quad et \ \ c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\quad = 0^2 - 4 \times 1 \times 1$

$\Delta = -4 < 0$

Pas de racines réelles

$S = \emptyset$

$d)\ (x-3)(x+2) + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3x - 6 + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + (2x - 3x) + (6 - 6) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad ou \ \ x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad ou\ x = 1$

$S = \{0 ; 1\}$

$e)\ \left(2x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} = 0$

$\Leftrightarrow (2x)^2 - 2 \times 2x \times \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x.\frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{9}{16} = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 3x = 0$

$\Leftrightarrow x(4x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad ou\ 4x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad ou \quad 4x = 3$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad ou\ x = {}^{3}/_{4}$

$S = \{0;\ {}^{3}/_{4}\}$

EXERCICE 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a) - \left(x - \sqrt{2}\right)^2 = 2$

$b)\ \left(x\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 = 3$

$c)\ 0{,}45x^2 + 4{,}1 = 1{,}9$

$d)\ 0{,}027x^2 - 0{,}03 = 0$

$e)\ (1-\sqrt{3})x^2 - (\sqrt{2}+\sqrt{3})\,x = 0$

Résolution

$a) - \left(x-\sqrt{2}\right)^2 = 2$

$\Leftrightarrow -\left(x^2 - 2 \times x \times \sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2\right) = 2$

$\Leftrightarrow -\left(x^2 - 2\sqrt{2}\,x + 2\right) = 2$

$\Leftrightarrow -x^2 + 2\sqrt{2}\,x - 2 - 2 = 0$

$\Leftrightarrow -x^2 + 2\sqrt{2}\,x - 4 = 0$

$a = -1\ ;\quad b = 2\sqrt{2}\quad et\ c = -4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 4 \times (-1) \times (-4)$

$\Delta = -24 < 0$

$S = \emptyset$

$b)\ \left(x\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 = 3$

$\Leftrightarrow \left(x\sqrt{2}\right)^2 - 2 \times x\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 2\sqrt{6}\,x + 3 = 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 2\sqrt{6}\ x + 3 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 2\sqrt{6}\,x = 0$

$\Leftrightarrow 2x\left(x - \sqrt{6}\right) = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0\quad ou\ x - \sqrt{6} = 0$

$\Leftrightarrow x = {}^{0}/_{2}\qquad ou\ x = \sqrt{6}$

$S = \left\{0\ ;\ \sqrt{6}\right\}$

$c)\ 0{,}45x^2 + 4{,}1 = 1{,}9$

Multiplions les deux membres par 100 pour chasser la virgule

$\Leftrightarrow 100(0{,}45x^2 + 4{,}1) = 100 \times 1{,}9$

$\Leftrightarrow 45x^2 + 410 = 190$

$\Leftrightarrow 45x^2 + 410 - 190 = 0$

$\Leftrightarrow 45x^2 + 220 = 0$

$a = 45\,;b = 0\;\; et\; c = 220$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\;\; = 0^2 - 4 \times 45 \times 220$

$\Delta = -39600\; < 0$

Pas de racines réelles

$S = \emptyset$

$d)\; 0{,}027x^2 - 0{,}03 = 0$

Multiplions les deux membres par 1000 pour chasser la virgule

$\Leftrightarrow 1000(0{,}027x^2 - 0{,}03) = 1000 \times 0$

$\Leftrightarrow 27x^2 - 30 = 0$

Divisons les deux membres par 3

$\Leftrightarrow \frac{27x^2-30}{3} = \frac{0}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{27x^2}{3} - \frac{30}{3} = 0$

$\Leftrightarrow 9x^2 - 10 = 0$

$\Leftrightarrow 9x^2 = 10$

$\Leftrightarrow x^2 = {}^{10}\!/_{9}$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{10}{9}}$

$S = \left\{-\sqrt{{}^{10}\!/_{9}}\;\; ;\;\;\; \sqrt{{}^{10}\!/_{9}}\right\}$

$e)\; (1-\sqrt{3})x^2 - (\sqrt{2}+\sqrt{3})\,x = 0$

$\Leftrightarrow x[(1-\sqrt{3})x - (\sqrt{2}+\sqrt{3}\,)] = 0$

$\Leftrightarrow x = \;0 \quad ou \;\; (1-\sqrt{3})x - (\sqrt{2}+\sqrt{3}) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0\;\; ou\; (1-\sqrt{3}\,)x = \sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow x = 0\; ou\;\; x = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

Continuez cet exercice en rationalisant la deuxième valeur de x

EXERCICE 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a)\ x^2 + 10 = 7x$

$b)\ x(10x - 1) = 3$

$c)\ x(6x + 5) = -1$

$d)\ 25x(x + 1) = -4$

$e)\ 6(x - 1)(x + 3) = x(x + 1)$

Résolution

$a)\ x^2 + 10 = 7x$

$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$

$a = 1\ ; b = -7\ et\ c = 10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-7)^2 - 4 \times 1 \times 10$

$49 - 40$

$\Delta = 9$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
$= \frac{7 - \sqrt{9}}{2 \times 1}$	$= \frac{7 + \sqrt{9}}{2 \times 1}$
$= \frac{7 - 3}{2}$	$= \frac{7 + 3}{2}$
$= \frac{4}{2}$	$= \frac{10}{2}$
$x_1 = 2$	$x_2 = 5$

$S = \{2\ ; 5\}$

$b)\ x(10x - 1) = 3$

$\Leftrightarrow 10x^2 - x = 3$

$\Leftrightarrow 10x^2 - x - 3 = 0$

$a = 10\ ; b = -1\ et\ c = -3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-1)^2 - 4 \times 10 \times (-3)$

$= 1 + 120$

$\Delta = 121$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$= \frac{1 - \sqrt{121}}{2 \times 10}$$
$$= \frac{1 - 11}{20}$$
$$= \frac{-10}{20}$$
$$x_1 = {}^{-1}/_{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{121}}{2 \times 10}$$
$$= \frac{1 + 11}{20}$$
$$= \frac{12}{20}$$
$$x_2 = {}^{3}/_{5}$$

$S = \left\{ {}^{-1}/_{2} \ ; \ {}^{3}/_{5} \right\}$

$c)\ x(6x + 5) = -1$

$\Leftrightarrow 6x^2 + 5x = -1$

$\Leftrightarrow 6x^2 + 5x + 1 = 0$

$a = 6\ ;\ \ b = 5\ \ et\ c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (5)^2 - 4 \times 6 \times 1$

$= 25 - 24$

$\Delta = 1$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \times 6}$$
$$= \frac{-5 - 1}{12}$$
$$= \frac{-6}{12}$$
$$x_1 = {}^{-1}/_{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \times 6}$$
$$= \frac{-5 + 1}{12}$$
$$= \frac{-4}{12}$$
$$x_2 = {}^{-1}/_{3}$$

$S = \{ {}^{-1}/_{2} \ ; \ {}^{-1}/_{3} \}$

$d)\ 25x(x + 1) = -4$

$\Leftrightarrow 25x^2 + 25x = -4$

$\Leftrightarrow 25x^2 + 25x + 4 = 0$

$a = 25\ ; b = 25\ \ et\ c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (25)^2 - 4 \times 25 \times 4$

$\Delta = 225$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-25-\sqrt{225}}{2\times 25} = \frac{-25-15}{50} = \frac{-40}{50} = \frac{-4}{5}$$

$$x_1 = {}^{-4}/_5$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-25+\sqrt{225}}{2\times 25} = \frac{-25+15}{50} = \frac{-10}{50} = \frac{-1}{5}$$

$$x_2 = {}^{-1}/_5$$

$S = \left\{{}^{-4}/_5 \ ; {}^{-1}/_5\right\}$

$e)\ 6(x-1)(x+3) = x(x+1)$

$\Leftrightarrow (6x-6)(x+3) = x^2 + x$

$\Leftrightarrow 6x^2 + 18x - 6x - 18 = x^2 + x$

$\Leftrightarrow 6x^2 + 18x - 6x - 18 - x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow (6-1)x^2 + (18-6-1)x - 18 = 0$

$\Leftrightarrow 5x^2 + 11x - 18 = 0$

$a = 5\,; b = 11\ et\ c = -18$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (11)^2 - 4\times 5\times(-18)$

$= 121 + 360$

$\Delta = 481$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11-\sqrt{481}}{2\times 5}$$

$$x_1 = \frac{-11-\sqrt{481}}{10}$$

$$x = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11+\sqrt{481}}{2\times 5}$$

$$x_1 = \frac{-11+\sqrt{481}}{10}$$

$S = \left\{\frac{-11-\sqrt{481}}{10}\ ;\ \frac{-11+\sqrt{481}}{10}\right\}$

EXERCICE 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a)\ (x+3)(x-3) - (x+3)(x+2) = 0$

$b)$ $(2x+3)(x+2)-(x+3)(x+2)=0$

$c)$ $(5x+2)(x+3)=7(x-1)$

$d)$ $(2x+1)^2+(2x-1)^2-3x=5x$

$e)$ $(x+1)^2+(x+1)^2-x=12$

Résolution

$a)$ $(x+3)(x-3)-(x+3)(x+2)=0$

Mettons $(x+3)$ en évidence

$\Leftrightarrow (x+3)[(x-3)-(x+2)]=0$

$\Leftrightarrow (x+3)(x-3-x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x+3)(0-5)=0$

$\Leftrightarrow x+3=0 \quad ou\ 0-5=0$

$\Leftrightarrow x=-3$ La deuxième égalité est impossible

$S=\{-3\}$

$b)$ $(2x+3)(x+2)-(x+3)(x+2)=0$

Mettons $(x+2)$ en évidence

$\Leftrightarrow (x+2)[(2x+3)-(x+3)]=0$

$\Leftrightarrow (x+2)(2x+3-x-3)=0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x)=0$

$\Leftrightarrow x+2=0 \quad ou\ x=0$

$\Leftrightarrow x=-2 \quad ou\ x=0$

$S=\{-2\,;0\}$

$c)$ $(5x+2)(x+3)=7(x-1)$

$\Leftrightarrow 5x^2+15x+2x+6=7x-7$

$\Leftrightarrow 5x^2+15x+2x+6-7x+7=0$

$\Leftrightarrow 5x^2+(15+2-7)x+6+7=0$

$\Leftrightarrow 5x^2+10x+13=0$

$a=5\,;b=10\ et\ \ c=13$

$\Delta= b^2-4ac$

$=(10)^2-4\times 5\times 13$

$=100-260$

$\Delta = -160 < 0$

Pas de racines réelles

$S = \emptyset$

$d)\ (2x+1)^2 + (2x-1)^2 - 3x = 5x$

$\Leftrightarrow (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 + (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 - 3x = 5x$

$\Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 - 3x - 5x = 0$

$\Leftrightarrow (4+4)x^2 + (4-4-3-5)x + 1 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 8x^2 - 8x + 2 = 0$

$a = 8\,;b = -8 \quad et\ c = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-8)^2 - 4 \times 8 \times 2$

$= 64 - 64$

$\Delta = 0$

$x_1 = x_2 = {}^{-b}/_{2a}$

$= {}^{8}/_{2 \times 8}$

$= {}^{8}/_{16}$

$x_1 = x_2 = {}^{1}/_{2}$

$S = \{{}^{1}/_{2}\}$

$e)\ (x+1)^2 + (x+1)^2 - x = 12$

$\Leftrightarrow x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 + x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - x = 12$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 - x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow (1+1)x^2 + (2+2-1)x + 1 + 1 - 12 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 10 = 0$

$a = 2\,;b = 3\ et \quad c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (3)^2 - 4 \times 2 \times (-10)$

$= 9 + 80$

$\Delta = 89$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-\sqrt{89}}{2\times 2}$$
$$x_1 = \frac{-3-\sqrt{89}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+\sqrt{89}}{2\times 2}$$
$$x_2 = \frac{-3+\sqrt{89}}{4}$$

$S = \left\{\frac{-3-\sqrt{89}}{4} \; ; \; \frac{-3+\sqrt{89}}{4}\right\}$

EXERCICE 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a)$ $(2x-1)^2 - 3(2x-1) - 28 = 0$

$b)$ $(x-3)^2 + x^2 = 1$

$c)$ $(x-3)^2 + x = 4 - x^2 - (x-1)^2$

$d)$ $x^2 - 1 + (x-2)^2 + 4x = -8x - 5$

$e)$ $(x+1)(2x - x^2 + 3) = x - x^3$

Résolution

$a)$ $(2x-1)^2 - 3(2x-1) - 28 = 0$

$\Leftrightarrow (2x)^2 - 2\times 2x \times 1 + 1^2 - 6x + 3 - 28 = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 - 6x + 3 - 28 = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 + (-4-6)x + 1 + 3 - 28 = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 10x - 24 = 0$

$a = 4 \,; b = -10 \; et \; c = -24$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-10)^2 - 4\times 4\times(-24)$

$= 100 + 384$

$\Delta = 484$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10-\sqrt{484}}{2\times 4} = \frac{10-22}{8}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10+\sqrt{484}}{2\times 4} = \frac{10+22}{8}$$

$=\frac{-12}{8}$ $x_1 = {}^{-3}/_{2}$	$=\frac{32}{8}$ $x_2 = 4$

$S = \{{}^{-3}/_{2}\,; 4\}$

$b)\ (x-3)^2 + x^2 = 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 + x^2 = 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + x^2 - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 8 = 0$

$a = 2\,; b = -6 \quad et\ c = 8$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-6)^2 - 4 \times 2 \times 8$

$= 36 - 64$

$\Delta = -28 < 0$

Pas de racines réelles

$S = \emptyset$

$c)\ (x-3)^2 + x = 4 - x^2 - (x-1)^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 + x = 4 - x^2 - (x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2)$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + x = 4 - x^2 - x^2 + 2x - 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + x - 4 + x^2 + x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (1+1+1)x^2 + (-6+1-2)x + 9 - 4 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 6 = 0$

$a = 3\,; b = -7 \quad et\ c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-7)^2 - 4 \times 3 \times 6$

$= 49 - 72$

$\Delta = -23 < 0$

Pas de racines réelles

$S = \emptyset$

$d)\ x^2 - 1 + (x-2)^2 + 4x = -8x - 5$

$\Leftrightarrow x^2 - 1 + x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 + 4x = -8x - 5$

$\Leftrightarrow x^2 - 1 + x^2 - 4x + 4 + 4x = -8x - 5$

$\Leftrightarrow x^2 - 1 + x^2 - 4x + 4 + 4x + 8x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow (1+1)x^2 + (-4+4+8)x - 1 + 4 + 5 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 8x + 8 = 0$

$a = 2\,; b = 8\ \ et\ c = 8$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (8)^2 - 4 \times 2 \times 8$

$\Delta = 64 - 64$

$\Delta = 0$

$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

$= \frac{-8}{2\times 2}$

$x_1 = x_2 = -4$

$S = \{-4\}$

$e)\ (x+1)(2x - x^2 + 3) = x - x^3$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x^3 + 3x + 2x - x^2 + 3 = x - x^3$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x^3 + 3x + 2x - x^2 + 3 - x + x^3 = 0$

$\Leftrightarrow (-1+1)x^3 + (2-1)x^2 + (3+2-1)x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

$a = 1\,; b = 4\ \ et\ c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (4)^2 - 4 \times 1 \times 3$

$= 16 - 12$

$\Delta = 4$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
$= \frac{-4-\sqrt{4}}{2\times 1}$	$= \frac{-4+\sqrt{4}}{2\times 1}$
$= \frac{-4-2}{2}$	$= \frac{-4+2}{-2}$
$= \frac{-6}{2}$	$= \frac{-2}{2}$
$x_1 = -3$	$x_2 = -1$

$S = \{-3\,;\,-1\}$

EXERCICE 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a)\ (x-5)(5x-3)-90=(2x+5)^2$

$b)\ (2x+1)(x-5)-(x-3)^2+(x-2)(x+5)=-23-x$

$c)\ 4(x-1)(x+1)-4(x-2)=12(x-1)+1$

$d)\ (x-2)(x+4)=(2-x)(4x-1)$

$e)\ x+(2x+1)(x-1)+2(x-1)=1$

Résolution

$a)\ (x-5)(5x-3)-90=(2x+5)^2$

$\Leftrightarrow 5x^2-3x-25x+15-90=(2x)^2+2\times 2x\times 5+5^2$

$\Leftrightarrow 5x^2-3x-25x+15-90=4x^2+20x+25$

$\Leftrightarrow 5x^2-3x-25x+15-90-4x^2-20x-25=0$

$\Leftrightarrow (5-4)x^2+(-3-25-20)x+15-25=0$

$\Leftrightarrow x^2-48x-10=0$

$a=1\,;b=-48\ \ et\ c=-10$

$\Delta= b^2-4ac$

$\quad = (-48)^2-4\times 1\times(-10)$

$\quad = 2304+40$

$\Delta= 2344$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{48-\sqrt{2344}}{2\times 1}=\frac{48-2\sqrt{586}}{2}$$

$$x_1=24-\sqrt{586}$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{48+\sqrt{2344}}{2\times 1}=\frac{48+2\sqrt{586}}{2}$$

$$x_2=24+\sqrt{586}$$

$S=\left\{24-\sqrt{586}\,;\ \ 24+\sqrt{586}\right\}$

$b)\ (2x+1)(x-5)-(x-3)^2+(x-2)(x+5)=-23-x$

$\Leftrightarrow 2x^2-10x+x-5-(x^2-2\times x\times 3+3^2)+x^2+5x-2x-10=-23-x$

$\Leftrightarrow 2x^2-10x+x-5-x^2+6x-9+x^2+5x-2x-10+23+x=0$

$\Leftrightarrow (2-1+1)x^2+(-10+1+6+5-2+1)x-5-9-10+23=0$

$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$

$a = 2\,; b = 1 \;\; et \; c = -1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (1)^2 - 4 \times 2 \times (-1)$

$= 1 + 8$

$\Delta = 9$

$x_1 = \dfrac{-b - \Delta}{2a}$	$x_2 = \dfrac{-b + \Delta}{2a}$
$= \dfrac{-1 - \sqrt{9}}{2 \times 2}$	$= \dfrac{-1 + \sqrt{9}}{2 \times 2}$
$= \dfrac{-1 - 3}{4}$	$= \dfrac{-1 + 3}{4}$
$= \dfrac{-4}{4}$	$= \dfrac{2}{4}$
$x_1 = -1$	$x_2 = {}^1\!/_2$

$S = \{-1\,;\; {}^1\!/_2\}$

$c)\; 4(x-1)(x+1) - 4(x-2) = 12(x-1) + 1$

$\Leftrightarrow 4(x^2 + x - x - 1) - 4x + 8 = 12x - 12 + 1$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 4 - 4x + 8 = 12x - 12 + 1$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 4 - 4x + 8 - 12x + 12 - 1$

$\Leftrightarrow 4x^2 + (-4 - 12)x - 4 + 8 + 12 - 1$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 16x + 15 = 0$

$a = 4\,; b = -16 \;\; et \; c = 15$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-16)^2 - 4 \times 4 \times 15$

$= 256 - 240$

$\Delta = 16$

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
$= \dfrac{16 - \sqrt{16}}{2 \times 4}$	$= \dfrac{16 + \sqrt{16}}{2 \times 4}$
$= \dfrac{16 - 4}{8}$	$= \dfrac{16 + 4}{8}$

$= \frac{12}{8}$	$= \frac{20}{8}$
$x_1 = {}^3/_2$	$x_2 = {}^5/_2$

$S = \left\{{}^3/_2\ ;\ \ {}^5/_2\right\}$

$d)\ (x-2)(x+4) = (2-x)(4x-1)$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+4) = -(x-2)(4x-1)$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+4) + (x-2)(4x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+4+4x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(5x+3) = 0$

$\Leftrightarrow x-2 = 0 \quad ou\ 5x+3\ = 0$

$\Leftrightarrow x = 2 \quad ou\ 5x = -3$

$\Leftrightarrow x = 2\ \ ou\ x = {}^{-3}/_5$

$S = \left\{{}^{-3}/_5\ ; 2\right\}$

$e)\ x + (2x+1)(x-1) + 2(x-1) = 1$

$\Leftrightarrow x + (2x+1)(x-1) + 2(x-1) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1) + (2x+1)(x-1) + 2(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)[1 + (2x+1) + 2] = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(1+2x+1+2) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(2x+4) = 0$

$\Leftrightarrow x-1 = 0 \quad ou\ 2x+4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1\ ou\ 2x = -4$

$\Leftrightarrow x = 1\ \ ou\ x = {}^{-4}/_2$

$\Leftrightarrow x = 1\ ou\ x = -2$

$S = \{-2\,;1\}$

IV. EXERCICES D'ENTRAINEMENT

EXERCICE 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$a)\ x^2 - 11x + 30 = 0$
$b) x^2 + 11x + 30 = 0$
$c)\ x^2 + x - 8 = 0$
$d)\ x^2 + 3x - 10 = 0$
$e) x^2 + 8x + 16 = 0$
$f) 4x + x^2 = 12$
$g)\ x^2 = -10 + 11x$

EXERCICE 12

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

$a)\ 2x^2 + x + 10 = 0$

$b)\ x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 5 = 8$

$c)\ 15x^2 - 10x = -2$

$d)\ x^2 - 1{,}5x + 0{,}5625 = 0$

$e)\ \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x - 3 = 0$

EXERCICE 13

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$a) - x^2 + \frac{1}{4}x = -\frac{1}{8}$

$b)\ \frac{35}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + 2 = 0$

$c) \frac{1}{7}\ x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{3}{28} = 0$

$d) - \frac{5}{4}x^2 - \frac{3}{2}x = -1$

$e)\ x^2 + (\sqrt{2} + 3\sqrt{2})x = -6$

EXERCICE 14

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a)\ x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x + 8 = 0$

$b) x^2 + 5\sqrt{2}x = -12$

$c) - \sqrt{2}x^2 + (4\sqrt{2} + 2)x = 4$

$d)\ x^2 + 2(1 + \sqrt{2})x = 6 - 2\sqrt{2}$

$e)\ 2x^2 + \sqrt{2}\,x + 8 = 0$

EXERCICE 15

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a)\ x^2 = -4x$

$b) - 6x^2 + 32 = 8$

$c)\ (x + 1)^2 - x = x$

$d)\ (x - 3)(x + 2) + 6 = 0$

$e)\ \left(2x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} = 0$

EXERCICE 16

Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a) - \left(2x - 2\sqrt{2}\right)^2 - 4 = 0$

$b)\ \left(x\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 = 3$

$c)$ $4{,}5x^2 + 41 = 19$

$d)$ $0{,}27x^2 - 0{,}3 = 0{,}18x$

$e)$ $\left(1 - \sqrt{3}\right)x^2 - \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)x = 0$