LES SYSTÈMES DE NUMÉRATION

Aimé DIUMI DIKOLO

www.wiscorp.com

Table des matières

Salut.

Dans ce cours, nous allons aborder les systèmes de numération.

N'ayez aucune crainte, même si c'est la première fois que vous étudiez ça, car dans ce cours, on explique le tout de façon très clair pour une bonne compréhension.

A la fin de ce cours, vous serez capable :

- De convertir un nombre d'une base quelconque vers une autre
- D'utiliser l'arithmétique et les fractions en binaire pour convertir de la base décimale vers la base binaire et vice versa.
- D'effectuer les opérations fondamentales (addition, soustraction, multiplication et division) en binaire.

A la fin du cours, nous vous proposons une série d'exercices résolus et non résolus pour votre entrainement.

Si vous avez de questions ou suggestions, n'hésitez pas à me contacter.

Bonne lecture.

INTRODUCTION

Selon Wikipédia, un système de numération est un ensemble de règles d'utilisation des signes permettant d'écrire les nombres.

D'une manière générale, en base N (système N), on a besoin de N chiffres, de 0 à N-1. Chaque chiffre dans ce système peut avoir N-1 valeurs différentes.

Pour la base 2 (binaire) : on a deux chiffres : 0 et 1

Pour la base 3(trinaire) : 0,1 et 2

Pour la base 4 : 0, 1, 2 et 3

Pour la base 5 : 0, 1, 2, 3, et 4

Pour la base 6 : 0,1, 2, 3, 4 et 5

Pour la base 7 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, et 6

Pour la base 8 (octal) : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7

Pour la base 9(nonaire) : 0,1,2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8

Pour la base 10 (décimale) : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9

Pour les bases strictement supérieures à 10, on a besoin de l'adjonction (ajout) de nouveaux chiffres, généralement les lettres (A à Z) pour les $11 \leq bases \leq 36$

Par exemple pour la base 16, les chiffres utilisés sont : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E et F. A représente 10, B représente 11 ainsi de suite.

Pour d'autres cas, on considère les nombres à plus d'un chiffre en base 10 comme de nouveaux chiffres.

Exemple $(45; 17)_{60}$ On les sépare par des points virgules pour indiquer qu'il s'agit de chiffres.

I.CONVERSION ENTRE LES BASES

Dans cette section nous allons voir comment quitter d'une base vers une autre base.

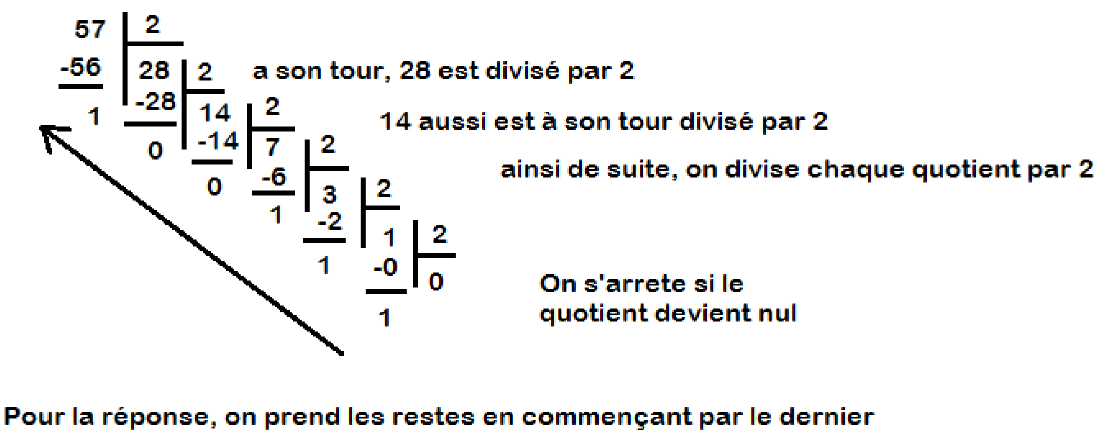
1. Passage de la base décimale vers une autre base (codage)

a) Cas de nombres entiers

Pour passer de la décimale vers une autre base, on effectue des divisions successives par la base de destination et conserver les restes successifs comme chiffres de poids croissants du résultat.

Exemple 1 :

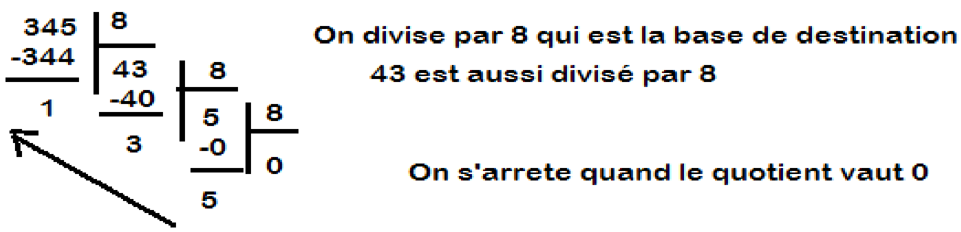
$(57)_{10} = (?)_2$



Donc $(57)_{10} = (111001)_2$

Exemple 2

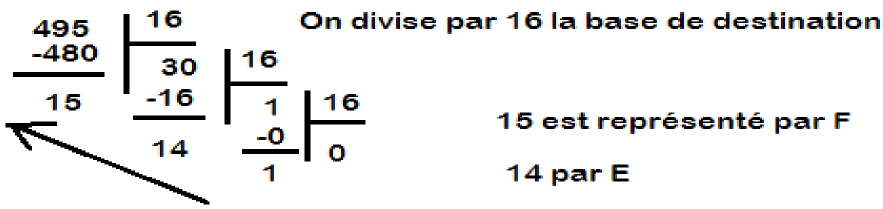
$(345)_{10} = (?)_8$



Donc $(345)_{10} = (531)_8$

Exemple 3

$(495)_{10} = (?)_{16}$



$(495)_{10} = (1EF)_{16}$

b) Cas des nombres flottants (avec une virgule)

Lorsque le nombre à convertir comporte une virgule, on procède comme suit :

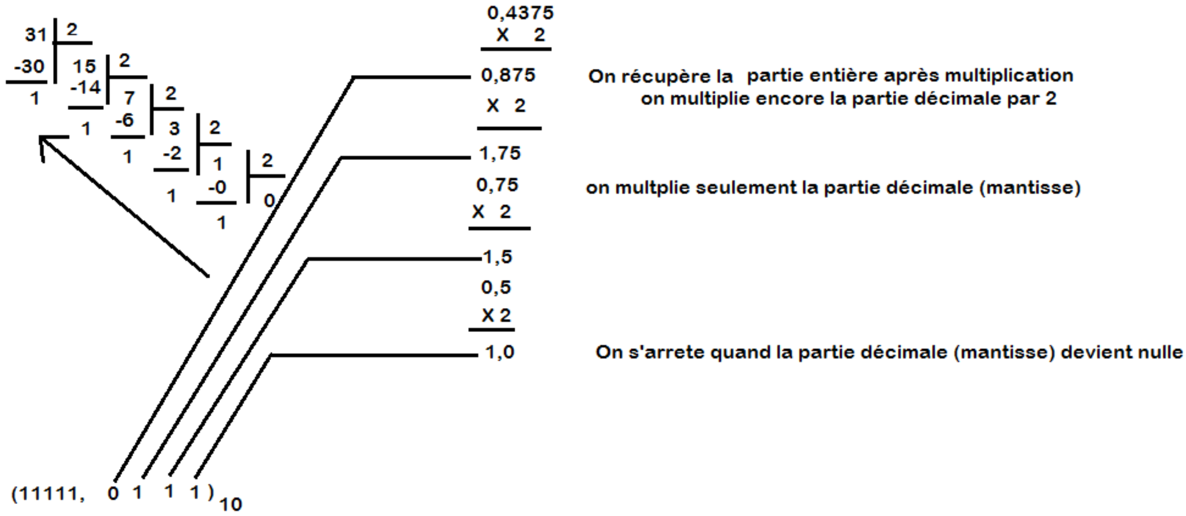
Séparer la partie entière de la mantisse (partie décimale) :

- Pour la partie entière, procéder comme expliquée ci-haut.
- Pour la mantisse, on procède comme suit :

Effectuer des multiplications successives de la mantisse par la base de destination et conserver les parties entières successives comme chiffres de poids décroissants du résultat.

Exemple 4

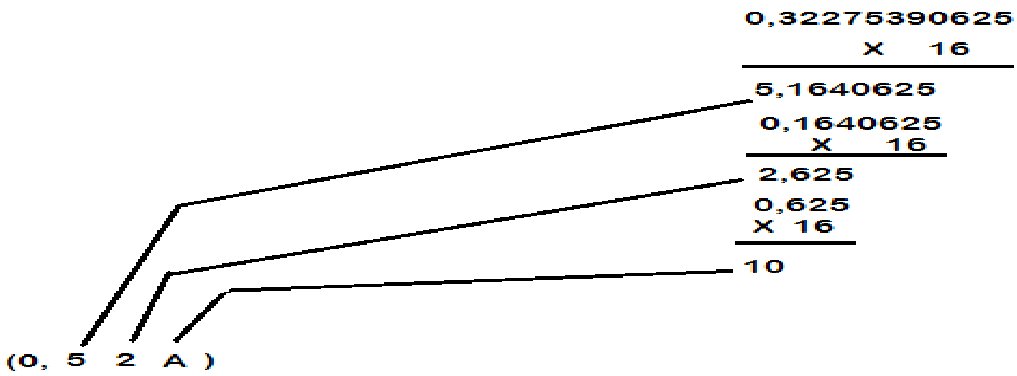
$(31{,}4375)_{10} = (?)_2$



$(31{,}4375)_{10} = (11111{,}0111)_2$

Exemple 5

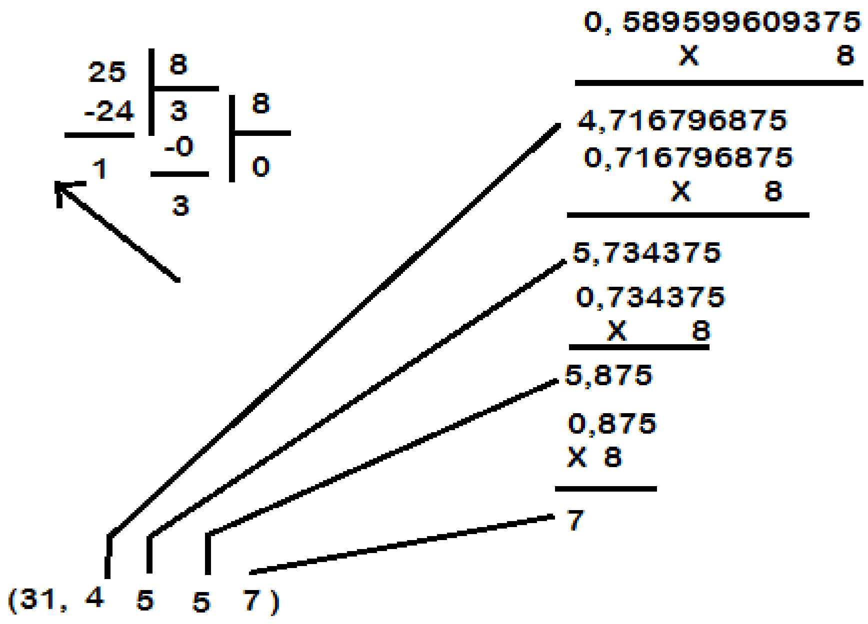
$(0{,}32275390625)_{10} = (?)_{16}$



$(0{,}32275390625)_{10} = (0{,}52A)_{16}$

Exemple 6

$(25{,}589599609375)_{10} = (?)_8$



$(25{,}589599609375)_{10} = (31{,}4557)_8$

2. Passage d’une autre base vers la base décimale (Décodage)

a) Cas des nombres entiers

On calcule en base 10, la somme des puissances de la base, affectées de leurs coefficients (chiffres).

Exemple 7

$(101010)_2 = (?)_{10}$

On affecte un exposant à chaque chiffre du nombre de la droite vers la gauche en commençant par 0.

Exposant	5	4	3	2	1	0
Chiffres	1	0	1	0	1	0

Ensuite, on fait la somme de chaque chiffre multiplié par la base d’origine (dans cet exemple c’est 2) élevé à la puissance du rang du chiffre en question.

$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

$= 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0$

$(101010)_2 = (42)_{10}$

Exemple 8

$(457)_8 = (?)_{10}$

Exposant	2	1	0
chiffres	4	5	7

$4 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 7 \times 8^0$ (On multiplie par 8 qui est la base d'origine)

$= 256 + 40 + 7$

$(457)_8 = (303)_{10}$

Exemple 9

$(CFA8)_{16} = (?)_{10}$

Exposant	3	2	1	0
Chiffres	C	F	A	8

$12 \times 16^3 + 15 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 8 \times 16^0$ (On multiplie par 16, la base d'origine)

$= 49152 + 3840 + 160 + 8$

$(CFA8)_{16} = (53160)_{10}$

Exemple 10

$(23321)_4 = (?)_{10}$

Exposant	4	3	2	1	0
Chiffres	2	3	3	2	1

$2 \times 4^4 + 3 \times 4^3 + 3 \times 4^2 + 2 \times 4^1 + 1 \times 4^0$

$= 512 + 192 + 48 + 8 + 1$

$(23321)_4 = (761)_{10}$

b) Cas des nombres flottants (avec une virgule)

On affecte un exposant (le rang) à chaque chiffre de la manière suivante :

- Commencer par 0 de droite vers la gauche pour la partie entière (la partie avant la virgule)
- Et -1, -2, -3 etc. en commençant de gauche vers la droite pour la partie décimale (la partie qui vient après la virgule)

Exemple 11

$(1001{,}10110)_2 = (?)_{10}$

Exposant	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
chiffres	1	0	0	1,	1	0	1	1	0

$1\times2^3+0\times2^2+0\times2^1+1\times2^0+1\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}+1\times2^{-4}+0\times2^{-5}$

$=8+0+0+1+1\times\frac{1}{2^1}+0\times\frac{1}{2^2}+1\times\frac{1}{2^3}+1\times\frac{1}{2^4}+0\times\frac{1}{2^5}$ (Il y a une propriété qui stipule que $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$)

$=9+\frac{1}{2}+\frac{0}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{0}{32}$

$=9+0{,}5+0+0{,}125+0{,}0625+0$

$(1001{,}10110)_2=(9{,}6875)_{10}$

Exemple 12

$(FAC,CAF)_{16}=(?)_{10}$

Exposant	2	1	0	-1	-2	-3
Chiffres	F	A	C,	C	A	F

$15\times16^2+10\times16^1+12\times16^0+12\times16^{-1}+10\times16^{-2}+15\times16^{-3}$

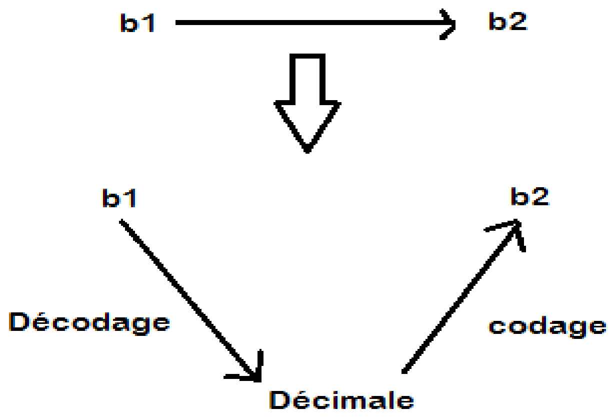
$=3840+160+12+12\times\frac{1}{16^1}+10\times\frac{1}{16^2}+15\times\frac{1}{16^3}$

$=4012+\frac{12}{16}+\frac{10}{256}+\frac{15}{4096}$

$(FAC,CAF)_{16}=(4096{,}7927246093)_{10}$

3.Passage d'une base b_1 vers une base b_2 (Transcodage)

Décodage suivi de codage.



Il faut d'abord convertir le nombre en base 10 puis convertir le résultat trouvé en base b2.

Exemple 13

$(111011)_2 = (?)_8$

Convertissons d'abord 111011 en base 10

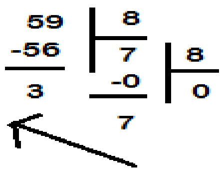
Exposant	5	4	3	2	1	0
chiffres	1	1	1	0	1	1

$1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$= 32 + 16 + 8 + 0 + 2 + 1$

$(111011)_2 = (59)_{10}$

Convertissons maintenant 59 en base 8



Donc $(111011)_2 = (73)_8$

Exemple 14

$(DC8,A8)_{16} = (?)_8$

Convertissons d'abord DC8,A8 en base 10

Exposant	2	1	0	-1	-2
chiffres	D	C	8,	A	8

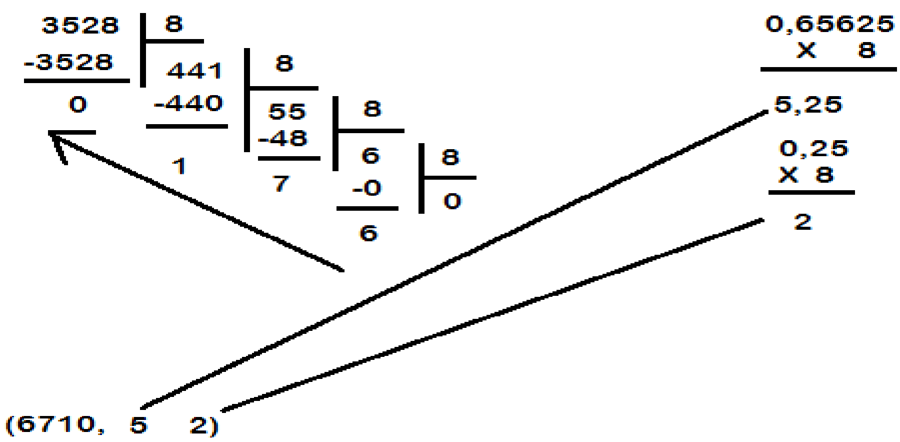
$$13 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 8 \times 16^0 + 10 \times 16^{-1} + 8 \times 16^{-2}$$

$$3328 + 192 + 8 + 10 \times \frac{1}{16^1} + 8 \times \frac{1}{16^2}$$

$$3528 + \frac{10}{16} + \frac{8}{256}$$

$(DC8,A8)_{16} = (3528{,}65625)_{10}$

Convertissons 3528,65625 en base 8



Donc $(DC8,A8)_{16} = (6710{,}52)_8$

4.Conversion directe entre les bases 2, 8 et 16

Il est possible de passer directement de la base 2 vers la base 8 ou 16, vice versa sans passer par la base 10.

Binaire	Octal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Binaire	Hexadécimal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

4.1 Conversion directe entre la base 2 et la base 8

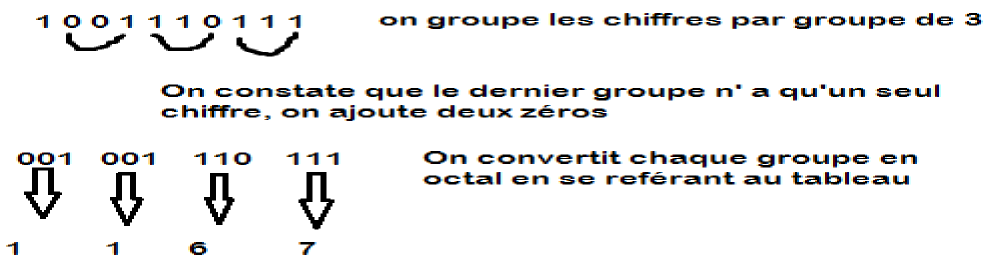
4.1.1Passage de la base 2 en base 8

a) Cas de nombres entiers

- On groupe le nombre donné par groupe de 3 chiffres en commençant de la droite vers la gauche.
- Si le dernier groupe, n’a pas 3 chiffres, complétez par le nombre de zéros nécessaires à gauche pour avoir 3 chiffres,
- Ensuite, remplace chaque groupe par son équivalent en octal en se référant au tableau de correspondance vu ci-haut.

Exemple 15

$(1001110111)_2 = (?)_8$



$(1001110111)_2 = (1167)_8$

b) Cas des nombres flottants (comportant une virgule)

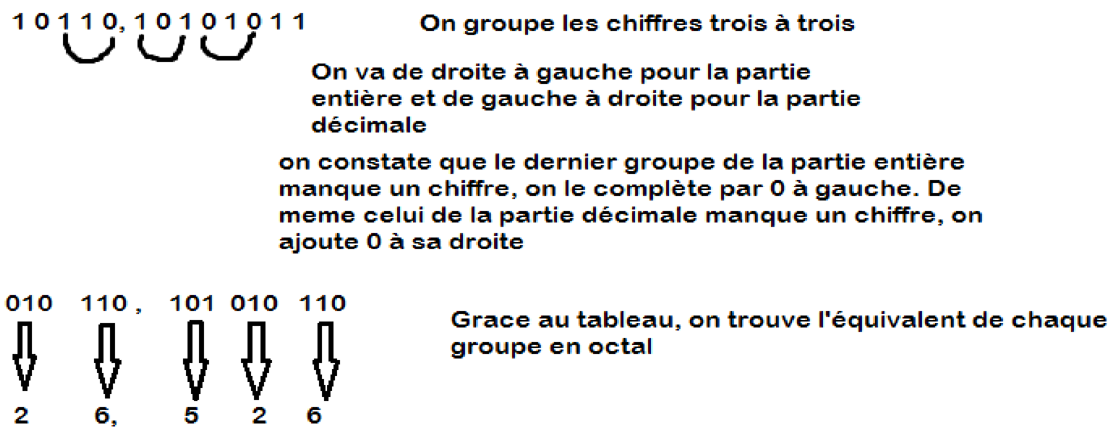
Pour la partie entière, on procède comme vu ci-haut.

Pour la partie décimale (la mantisse), on procède comme suit :

- On groupe le nombre donné par groupe de 3 chiffres en commençant de la gauche (après la virgule) vers la droite.
- Si le dernier groupe, n'a pas 3 chiffres, complétez par le nombre de zéros nécessaires à droite pour avoir 3 chiffres,
- Ensuite, remplace chaque groupe par son équivalent en octal

Exemple 16

$(10110{,}10101011)_2 = (?)_8$



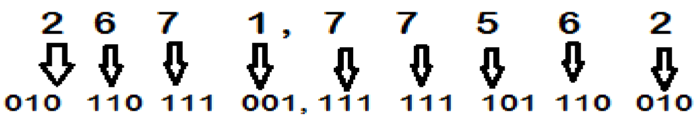
$(10110{,}10101011)_2 = (26{,}526)_8$

4.1.2 Passage de la base 8 en base 2

Ici, on convertit grâce au tableau chaque chiffre directement en base 2

Exemple 17

$(2671{,}77562)_8 = (?)_2$



$(2671{,}77562)_8 = (010110111001{,}111111101110010)_2$

4.2 Conversion directe entre la base 2 et la base 16

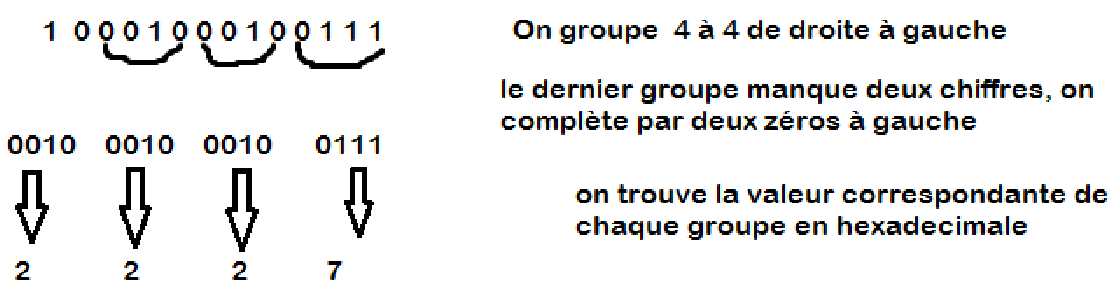
4.2.1 Passage de la base 2 vers la base 16

a) Cas des nombres entiers

- On décompose le nombre donné par groupe de 4 chiffres en commençant de la droite vers la gauche.
- Si le dernier groupe, n'a pas 4 chiffres, complétez par le nombre de zéros nécessaires à gauche pour avoir 4 chiffres,
- Ensuite, remplace chaque groupe par son équivalent en hexadécimal

Exemple 18

$(10001000100111)_2 = (?)_{16}$



$(10001000100111)_2 = (2227)_{16}$

b) Cas des nombres décimaux (comportant une virgule)

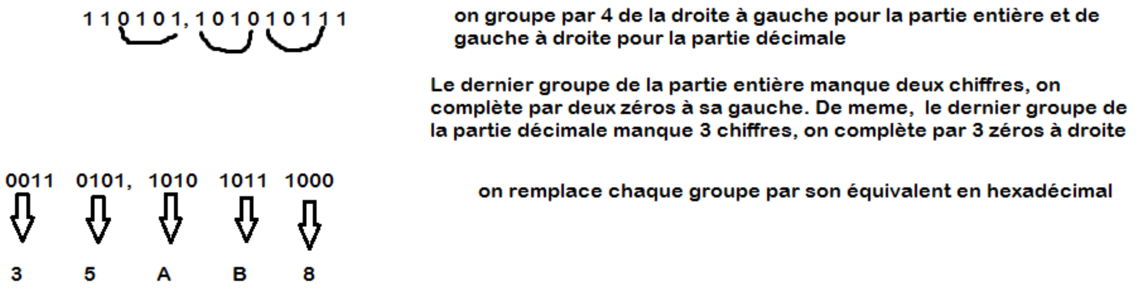
Pour la partie entière, on procède comme vu ci-haut.

Pour la partie décimale (la mantisse), on procède comme suit :

- On décompose le nombre donné par groupe de 4 chiffres en commençant de la gauche (après la virgule) vers la droite.
- Si le dernier groupe, n'a pas 4 chiffres, complétez par le nombre de zéros nécessaires à droite pour avoir 4 chiffres,
- Ensuite, remplace chaque groupe par son équivalent en hexadécimal

Exemple 19

$(110101{,}101010111)_2 = (?)_{16}$



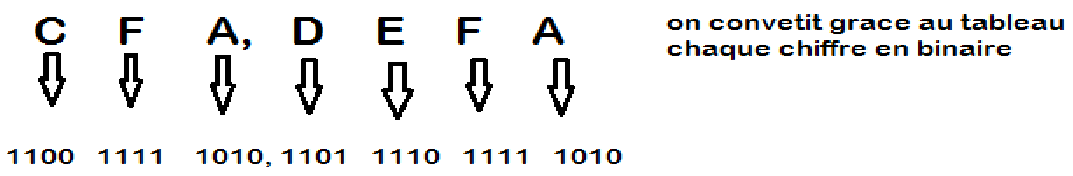
$(110101{,}101010111)_2 = (35, AB8)_{16}$

4.2.2 Passage de la base 16 vers la base 2

Ici, on convertit grâce au tableau chaque chiffre directement en base 2

Exemple 20

$(CFA, DEFA)_{16} = (?)_2$



$(CFA, DEFA)_{16} = (110011111010{,}1101111011111010)_2$

5.Arithmétique en binaire

Les nombres clés sont obtenus par les puissances positives de 2

Binaire	1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000	100.000.000
Décimal	1	2	4	8	16	32	64	128	256

Binaire	1.000.000.000	10.000.000.000	100.000.000.000	1.000.000.000.000	10.000.000.000.000
Décimal	512	1024	2048	4096	8192

Exemple 21

En utilisant l'arithmétique en binaire, convertir

$(3451)_{10} = (?)_2$

On cherche le grand nombre inférieur ou égal à 3451 dans le tableau ci-haut, c'est 2048

En d'autres termes, on prend le plus grand de tous les nombres inférieurs ou égal à 3451 dans le tableau.

Puis, on soustrait : $\mathbf{3451 - 2048 = 1403}$

On cherche encore le plus grand des nombres inférieurs ou égal à 1403, C'est 1024

$1403 - 1024 = 379$

La même chose pour 379

$379 - 256 = 123$

$123 - 64 = 59$

$59 - 32 = 27$

$27 - 16 = 11$

11 – 8 = 3

3- 2 = 1

Donc on peut décomposer 3451 par :

3451 = 2048+1024+256+64+32+16+8+2+1

On convertit (grâce au tableau) chaque nombre et on fait la somme à la fin

2048 :		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1024 :			1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
256 :					1	0	0	0	0	0	0	0	0
64 :							1	0	0	0	0	0	0
32 :	+							1	0	0	0	0	0
16 :									1	0	0	0	0
8 :										1	0	0	0
2 :												1	0
1 :													1
		1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1

$(3451)_{10} = (110101111011)_2$

Exemple 22

En utilisant l'arithmétique en binaire, convertir

$(1001101)_2 = (?)_{10}$

On analyse de gauche à droite pour ne retenir que les 1.

Chaque fois qu'on considère 1, tous les chiffres après lui sont remplacés par des zéros.

Le premier 1 a six chiffres derrière lui, on a : 1.000.000

Le deuxième a trois chiffres derrière lui, les trois sont remplacés par des 0 : 1.000

Le suivant a deux chiffres après lui : 100

Le dernier est seul : 1

On peut écrire : 1001101 = 1000000+1000+100+1

On remplace chaque valeur par son correspondant en décimal (voir tableau)

1001101 = 64+8+4+1

Donc $(1001101)_2 = (77)_{10}$

6.Les fractions en binaire

Les nombres clés (obtenus par des puissances positives de 2) sont :

Binaire	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001
Décimal	$\frac{1}{2} = 0{,}5$	$\frac{1}{4} = 0{,}25$	$\frac{1}{8} = 0{,}125$	$\frac{1}{16} = 0{,}0625$	$\frac{1}{32} = 0{,}03125$	$\frac{1}{64} = 0{,}015625$	$\frac{1}{128} = 0{,}0078125$

Binaire	0,00000001	0,000000001	0,0000000001
Décimal	$\frac{1}{256} = 0{,}00390625$	$\frac{1}{512} = 0{,}001953125$	$\frac{1}{1024} = 0{,}0009765625$

Exemple 23

En utilisant les fractions en binaire, convertir

$(0{,}796875)_{10} = (?)_2$

On cherche le plus grand de tous les nombres (tableau) inférieurs ou égal à 0,796875 : c'est 0,5

On soustrait : 0,796875 - 0,5 = 0,296875

On cherche de même, le nombre immédiatement inférieur ou égal à 0,296875, c'est 0,25

0,296875 – 0,25 = 0,046875

0,046875 – 0,03125 = 0,015625

0,015625 - 0,015625 = 0

On peut écrire : 0,796875 = 0,5+0,25+0,03125+0,015625

Grace au tableau, on convertit chaque composante puis on additionne

0,5 :		0,	1					
0,25 :		0,	0	1				
0,03125 :	+	0,	0	0	0	0	1	
0,015625 :		0,	0	0	0	0	0	1
		0,	1	1	0	0	1	1

$(0{,}796875)_{10} = (0{,}110011)_2$

Exemple 24

En utilisant les fractions en binaire, convertir

$(0{,}101001)_2 = (?)_{10}$

On analyse de gauche à droite (ou de droite à gauche) après la virgule pour ne retenir que les 1.

Chaque fois qu'on considère 1, tous les chiffres avant lui sont remplacés par des zéros.

Le premier 1 se trouve à la première position : 0,1

Le suivant à la troisième position : 0,001

Le suivant à la sixième position : 0,000001

On peut écrire :

$0{,}101001 = 0{,}1 + 0{,}001 + 0{,}000001$

On remplace chaque valeur par sa valeur correspondante en décimal

$0{,}101001 = 0{,}5 + 0{,}125 + 0{,}015625$

$(0{,}101001)_2 = (0{,}640625)_{10}$

7.OPERATIONS EN BINAIRE

7.1 Addition

A ne pas confondre avec l'addition dans l'algèbre de Boole.

A noter que 1+1 = 10, cela est normal car 1+1=2 et si on convertit 2 en binaire, nous aurons 10.

Exemple 25

10010010101 + 111010111

		1	1			1		1	1	1	
+	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
			1	1	1	0	1	0	1	1	1
	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0

Exemple 26

11001111101 + 111101101 + 10111110

			1		1		1				
	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	
+	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
			1	1	1	1	0	1	1	0	1
				1	0	1	1	1	1	1	0
	10	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0

7.2 Soustraction

Comme la soustraction classique en décimal mais avec 10 – 1 = 1

Exemple 27

Effectuer 101110001 – 1111011

		1	10	10	10	1	1		
	~~1~~	~~10~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~10~~	~~10~~	10	1
-			1	1	1	1	0	1	1
		1	1	1	1	0	1	1	0

7.3 Multiplication

Exemple 28

$Effectuer \quad 1011011 \times 11001$

							1	0	1	1	0	1	1
								1	1	1	0	0	1
			1		1		1						
		1	1	0	1	0	1	0	1				
							1	0	1	1	0	1	1
						0	0	0	0	0	0	0	
+					0	0	0	0	0	0	0		
				1	0	1	1	0	1	1			
			1	0	1	1	0	1	1				
		1	0	1	1	0	1	1					
	1	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**

Exemple 29

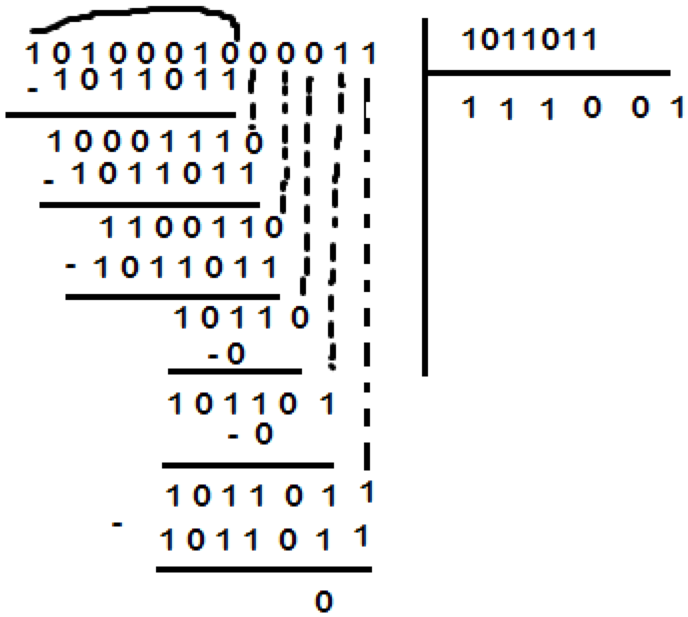
Effectuer $1010101,101 \times 101000$

						1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
										1	0	1	0	0	0
		1		1		1	1	1	1						
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
+			1	0	1	0	1	0	1	1	0	1			
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1					
	1	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1,**	**0**	**0**	**0**

7.4 Division

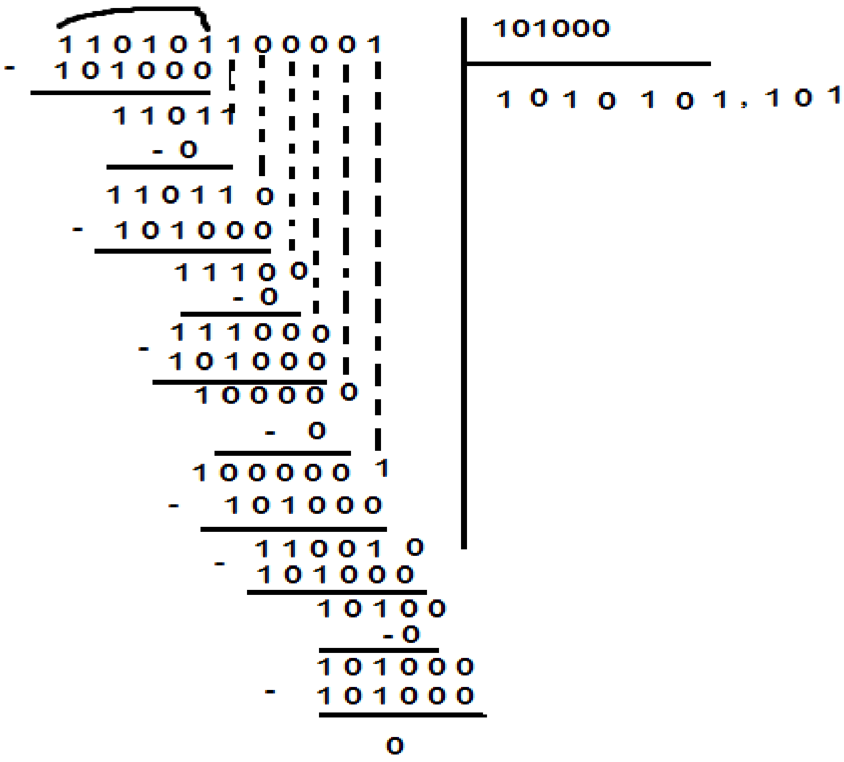
Exemple 30

Effectuer $1010001000011 : 1011011$



Exemple 31

Effectuer 110101100001: 101000



II. EXERCICES RESOLUS

EXERCICE 1

1) Convertir les nombres suivants en décimal :

a) 11000000 c) 11110000 e) 00110011

b) 10101010 d) 11001100 f) 01010101

2) Convertir 0,421875 et 0,3333 en binaire

Résolution

1)

a) 11000000

Exposant	7	6	5	4	3	2	1	0
chiffres	1	1	0	0	0	0	0	0

$$= 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$
$$= 128 + 64 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0$$
$$= 192$$
$$Donc\ (11000000)_2 = (192)_{10}$$

b) 10101010

Exposant	7	6	5	4	3	2	1	0
chiffres	1	0	1	0	1	0	1	0

$$= 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$
$$= 128 + 0 + 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0$$
$$= 170$$
$$Donc\ (10101010)_2 = (170)_{10}$$

c) 11110000

Exposant	7	6	5	4	3	2	1	0
Chiffres	1	1	1	1	0	0	0	0

$$= 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$
$$= 128 + 64 + 32 + 16 + 0 + 0 + 0 + 0$$
$$= 240$$

$$Donc\ (11110000)_2 = (240)_{10}$$

d) 11001100

Exposant	7	6	5	4	3	2	1	0
Chiffres	1	1	0	0	1	1	0	0

$$= 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

$= 128 + 64 + 0 + 0 + 8 + 4 + 0 + 0$

$= 204$

$Donc\ (11001100)_2 = (204)_{10}$

e) 00110011

Exposant	7	6	5	4	3	2	1	0
Chiffres	0	0	1	1	0	0	1	1

$$= 0 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$= 0 + 0 + 32 + 16 + 0 + 0 + 2 + 1$

$= 51$

$Donc\ (00110011)_2 = (51)_{10}$

f) 01010101

Exposant	7	6	5	4	3	2	1	0
Chiffres	0	1	0	1	0	1	0	1

$$= 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$= 0 + 64 + 0 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1$

$= 85$

$Donc\ (01010101)_2 = (85)_{10}$

2) a) 0,421875

$$\begin{array}{ll} 0{,}421875 & \\ \quad\quad \times 2 & \\ \hline 0{,}84375 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 0{,}84375 & \\ \quad\quad \times 2 & \\ \hline 1{,}6875 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 0{,}6875 & \\ \quad\quad \times 2 & \\ \hline 1{,}375 & 1 \\ 0{,}375 & \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{\times 2}{0,75} \quad 0$$

$$\frac{0,75 \quad \times 2}{1,5} \quad 1$$

$$\frac{0,5 \quad \times 2}{1} \quad 1$$

Donc $(0,421875)_{10} = (0,011011)_2$

a) 0,3333

$$\frac{0,3333 \quad \times 2}{0,6666} \quad 0$$

$$\frac{0,666 \quad \times 2}{1,3332} \quad 1$$

$$\frac{0,3332 \quad \times 2}{0,6664} \quad 0$$

$$\frac{0,6664 \quad \times 2}{1,3328} \quad 1$$

$$\frac{0,3328 \quad \times 2}{0,6656} \quad 0$$

$$\frac{0,6656 \quad \times 2}{1,3312} \quad 1$$

$$\frac{0,3312 \quad \times 2}{0,6624} \quad 0$$

$$0,6624 \quad \times 2 \quad 1,3248 \quad 1$$

Donc $(0,3333)_{10} = (0,01010101 \ldots.)_2$

EXERCICE 2

a) Soit N un ensemble de nombres décimaux et B^* un ensemble de nombres binaires. Considérons un codage :

$$C: N \longrightarrow B^*$$
$$p \rightarrow C(p)$$

Soit encore une fonction $f: B^* \longrightarrow B^*$

$$x \rightarrow f(x) = 2(x+1) + 2x + 11101{,}1101$$

Evaluer $foc\ de\ 565{,}0125$ sachant que $foC(x) = f[C(x)]$

b) Calculer $Z = (2X + 3\sqrt{Y+1})_{16}$ avec $X = (854{,}567)_{12}$ et $Y = (2AED, 25F)_{16}$

Résolution

a) $foC(x) = f[C(x)]$
$foC(565{,}0125) = f[C(565{,}0125)]$

Trouvons d'abord $C(565{,}0125)$

Ceci revient à convertir le nombre 565,0125 en binaire

565	2									
-564	282	2								
1	-282	141	2							
	0	-140	70	2						
		1	-70	35	2					
			0	-34	17	2				
				1	-16	8	2			
					1	-8	4	2		
						0	-4	2	2	
							0	-2	1	2
								0	-0	0
									1	

La partie entière donne 1000110101

Trouvons la partie décimale

0,0125 $\times 2$	
0,025	0
0,025 $\times 2$	
0,05	0
0,05 $\times 2$	
0,1	0
0,1 $\times 2$	
0,2	0
0,2 $\times 2$	
0,4	0
0,4 $\times 2$	
0,8	0
0,8 $\times 2$	
1,6	1
0,6 $\times 2$	
1,2	1
0,2 $\times 2$	
0,4	0
0,4 $\times 2$	
0,8	0

$C(565{,}0125) = 1000110101{,}00000011000110001100011 \ldots$

Ou $C(565{,}0125) = 1000110101{,}000\overline{00011}$

$foC(565{,}0125) = f[C(565{,}0125)]$

$= f(1000110101{,}000\overline{00011})$

Or $f(x) = 2(x+1) + 2x + 11101{,}1101$

x: $1000110101{,}000\overline{00011}$

$+ \qquad 1$

$x + 1 = 1000110110{,}000\overline{00011}$

Trouvons d'abord $2(x+1)$

				1	1		1	1								1	1	
$x+1$:	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0,	0	0	0	0	0	0	1	1
									$\times 2$									
$2(x+1)$:	10	0	0	1	1	0	1	1	0	0,	0	0	0	0	0	1	1	0

$2(x+1) = 10001101100{,}00\overline{00011}$

Trouvons maintenant $2x$

				1	1		1		1							1	1	
x :	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1,	0	0	0	0	0	0	1	1
									$\times 2$									
$2x$:	10	0	0	1	1	0	1	0	1	0,	0	0	0	0	0	1	1	0

$2x = 10001101010,00\overline{00011}$

Calculons $f(x) = 2(x+1) + 2x + 11101,1101$

					1	1	1	0	1								1	1		
$2(x+1)$	+	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0,	0	0	0	0	0	1	1	0
$2x$:		1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0,	0	0	0	0	0	1	1	0
								1	1	1	0	1,	1	1	0	1				
	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1,	1	1	0	1	1	1	0	0

D'où $foC(565,0125) = 100011110011,110111\overline{00011}$

b) $Z = \left(2X + 3\sqrt{Y+1}\right)_{16}$

avec $X = (854,567)_{12}$ et $Y = (2AED, 25F)_{16}$

Convertissons les deux nombres en base 10

854,567

Exposant	2	1	0	-1	-2	-3
Chiffre	8	5	4,	5	6	7

$8 \times 12^2 + 5 \times 12^1 + 4 \times 12^0 + 5 \times 12^{-1} + 6 \times 12^{-2} + 7 \times 12^{-3}$

$= 1152 + 60 + 4 + 5 \times \frac{1}{12} + 6 \times \frac{1}{12^2} + 7 \times \frac{1}{12^3}$

$= 1216,4623842592$

$X = (854,567)_{12} = (1216,4623842592)_{10}$

$Y = (2AED, 25F)_{16} =?\ (\ )_{10}$

Exposant	3	2	1	0	-1	-2	-3
Chiffres	2	A	E	D,	2	5	F

$2 \times 16^3 + 10 \times 16^2 + 14 \times 16^1 + 13 \times 16^0 + 2 \times 16^{-1} + 5 \times 16^{-2} + 15 \times 16^{-3}$

$= 8192 + 2560 + 224 + 13 + 2 \times \frac{1}{16} + 5 \times \frac{1}{16^2} + 15 \times \frac{1}{13^3}$

$= 10989, 148193359$

$Y = (2AED, 25F)_{16} = \ (10989, 148193359\ )_{10}$

Calculons Z en base 10.

$Z = \left(2X + 3\sqrt{Y+1}\right)_{10}$

$= (2 \times 1216{,}4623842592 + 3\sqrt{10989, 148193359 + 1}$

$= 2432{,}9247685184 + 314{,}50172295272$

$Z = (2747{,}4264914711)_{10}$

Convertissons le résultat en base 16

2747	16		
-2736	171	16	
11	-160	10	16
	11	0	
		10	

$$\begin{array}{r} 0{,}4264914711 \\ \times 16 \\ \hline 6{,}8238635376 \end{array} \quad 6$$

$$\begin{array}{r} 0{,}8238635376 \\ \times 16 \\ \hline 13{,}1818166016 \end{array} \quad 13$$

$$\begin{array}{r} 0{,}1818166016 \\ \times 16 \\ \hline 2{,}9090656256 \end{array} \quad 2$$

$$\begin{array}{r} 0{,}9090656256 \\ \times 16 \\ \hline 14{,}5450500096 \end{array} \quad 14$$

$$\begin{array}{r} 0{,}5450500096 \\ \times 16 \\ \hline 8{,}7208001536 \end{array} \quad 8$$

$$\begin{array}{r} 0{,}7208001536 \\ \times 16 \\ \hline 11{,}5328024576 \end{array} \quad 11$$

$$\begin{array}{r} 0{,}5328024576 \\ \times 16 \\ \hline 8{,}5248393216 \end{array} \quad 8$$

$$\begin{array}{r} 0{,}5248393216 \\ \times 16 \\ \hline 8{,}3974291456 \end{array} \quad 8$$

$Z = (ABB, 6D2E8B88 \ldots.)_{16}$

EXERCICE 3

Convertir

1. Les nombres suivants de binaire en décimal
   a. 0,10010101
   b. 1001,00101
2. Les nombres suivants de décimal en binaire
a. 0,2756644
b. 0,7437775

Résolution

1. a) 0,10010101

Exposant	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8
Chiffres	0,	1	0	0	1	0	1	0	1

$$0\times 2^{0}+1\times 2^{-1}+0\times 2^{-2}+0\times 2^{-3}+1\times 2^{-4}+0\times 2^{-5}+1\times 2^{-6}+0\times 2^{-7}+1\times 2^{-8}$$

$$=0+1\times\frac{1}{2}+0\times\frac{1}{2^{2}}+0\times\frac{1}{2^{3}}+1\times\frac{1}{2^{4}}+0\times\frac{1}{2^{5}}+1\times\frac{1}{2^{6}}+0\times\frac{1}{2^{7}}+1\times\frac{1}{2^{8}}$$

$$=0+0{,}5+0+0+0{,}0625+0+0{,}015625+0+0{,}00390625$$

$$=0{,}58203125$$

b) 1001,00101

Exposant	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
Chiffres	1	0	0	1,	0	0	1	0	1

$$1\times 2^{3}+0\times 2^{2}+0\times 2^{1}+1\times 2^{0}+0\times 2^{-1}+0\times 2^{-2}+1\times 2^{-3}+0\times 2^{-4}+1\times 2^{-5}$$

$$=8+0+0+1+0\times\frac{1}{2}+0\times\frac{1}{2^{2}}+1\times\frac{1}{2^{3}}+0\times\frac{1}{2^{4}}+1\times\frac{1}{2^{5}}$$

$$=9+0+0+0{,}125+0+0{,}03125$$

$$=9{,}15625$$

2. a) 0,2756644

$$\begin{array}{r} 0,2756644 \\ \times 2 \\ \hline 0,5513288 \end{array} \quad 0$$

$$\begin{array}{r} 0,5513288 \\ \times 2 \\ \hline 1,1026576 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,1026576 \\ \times 2 \\ \hline 0,2053152 \end{array} \quad 0$$

$$\begin{array}{r} 0,2053152 \\ \times 2 \\ \hline 0,4106304 \end{array} \quad 0$$

$$\begin{array}{r} 0,4106304 \\ \times 2 \\ \hline 0,8212608 \end{array} \quad 0$$

$$\begin{array}{r} 0,8212608 \\ \times 2 \\ \hline 1,6425216 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,6425216 \\ \times 2 \\ \hline 1,2850432 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,2850432 \\ \times 2 \\ \hline 0,5700864 \end{array} \quad 0$$

$$\begin{array}{r} 0,5700864 \\ \times 2 \\ \hline 1,1401728 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,1401728 \\ \times 2 \\ \hline 0,2803456 \end{array} \quad 0$$

$(0,2756644)_{10} = (0,0100011010 \ldots)_2$

b) 0,7437775

$$\begin{array}{r} 0,7437775 \\ \times 2 \\ \hline 1,487555 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,487555 \\ \times 2 \\ \hline 0,97511 \end{array} \quad 0$$

$$\begin{array}{r} 0,97511 \\ \times 2 \\ \hline 1,95022 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,\ 95022 \\ \times 2 \\ \hline 1,90044 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,90044 \\ \times 2 \\ \hline 1,80088 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,80088 \\ \times 2 \\ \hline 1,60176 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,60176 \\ \times 2 \\ \hline 1,20352 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0,20352 \\ \times 2 \\ \hline 0,40704 \end{array} \quad 0$$

$$\begin{array}{r} 0,40704 \\ \times 2 \\ \hline 0,81408 \end{array} \quad 0$$

$$\begin{array}{r} 0,81408 \\ \times 2 \\ \hline 1,62816 \end{array} \quad 1$$

$(0,7437775)_{10} = (0,1011111001 \ldots)_2$

EXERCICE 3

a) $(421{,}9609375)_{10} = (\ldots)_2$ En utilisant l'arithmétique et les fractions en binaire.

b) Soient $X = (FA, BA)_{16}$ $Y = (1133{,}01)_4$ et $Z = (1{,}1011101)_2$
Calculer $T = (X - Y + Z^2)_8$

Résolution

a) $(421{,}9609375)_{10}$

Convertissons d'abord la partie entière

421-256=165

165-128=37

37-32=5

5-4=1

Donc $421 = 256 + 128 + 32 + 4 + 1$

256 :		1	0	0	0	0	0	0	0	0
128 :			1	0	0	0	0	0	0	0
32 :	+				1	0	0	0	0	0
4								1	0	0
1										1
		1	1	0	1	0	0	1	0	1

Pour la partie décimale

0,9609375-0,5=0,4609375

0,4609375-0,25=0,2109375

0,2109375-0,125=0,0859375

0,0859375-0,0625=0,0234375

0,0234375-0,015625=0,0078125

Donc 0,9609375=0,5+0,25+0,125+0,0625+0,015625+0,0078125

0,5 :	0,	1						
0,25 :	0,	0	1					
0,125 :	0,	0	0	1				
0,0625 :	0,	0	0	0	1			
0,015625 :	0,	0	0	0	0	0	1	
0,0078125 :	0,	0	0	0	0	0	0	1
+	0,	1	1	1	1	0	1	1

Donc $(421{,}9609375)_{10} = (110100101{,}1111011)_2$

b) $X = (FA, BA)_{16}$ $Y = (1133{,}01)_4$ et $Z = (1{,}1011101)_2$
Calculer $T = (X - Y + Z^2)_8$
Convertissons tous ces nombres en base 10

$X = (FA, BA)_{16} = (\dots)_{10}$

Exposant	1	0	-1	-2
chiffre	F	A,	B	A

$15 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 11 \times 16^{-1} + 10 \times 16^{-2}$

$= 240 + 10 + 11 \times \frac{1}{16} + 10 \times \frac{1}{16^2}$

$= 250 + 0{,}6875 + 0{,}0390625$

$\boldsymbol{X = (FA, BA)_{16} = (250, 7265625)_{10}}$

$Y = (1133{,}01)_4 = (\dots)_{10}$

Exposant	3	2	1	0	-1-	-2
chiffre	1	1	3	3,	0	1

$1 \times 4^3 + 1 \times 4^2 + 3 \times 4^1 + 3 \times 4^0 + 0 \times 4^{-1} + 1 \times 4^{-2}$

$= 64 + 16 + 12 + 3 + 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{4^2}$

$\boldsymbol{Y = (1133, 01)_4 = (95, 0625\ )_{10}}$

$Z = (1{,}1011101)_2 = (\dots)_{10}$

Exposant	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
chiffres	1,	1	0	1	1	1	0	1

$1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5} + 0 \times 2^{-6} + 1 \times 2^{-7}$

$$1+1\times\frac{1}{2}+0\times\frac{1}{2^2}+1\times\frac{1}{2^3}+1\times\frac{1}{2^4}+1\times\frac{1}{2^5}+0\times\frac{1}{2^6}+1\times\frac{1}{2^7}$$

$Z=(1{,}1011101)_2=(1{,}7265625)_{10}$

$T=(X-Y+Z^2)_{10}$

$=(\mathbf{250,7265625}-\mathbf{95,0625}+(1{,}7265625)^{\mathbf{2}})_{10}$

$T=(158{,}6450805664)_{10}$

Convertissons le résultat en base 8

158	8		
-152			
	19	8	
6	-16	2	8
		-0	
	3		0
		2	

0,6450805664 $\times 8$	
5,1606445312	5
0,1606445312 $\times 8$	
1,2851562496	1
0,2851562496 $\times 8$	
2,2812499968	2
0,2812499968 $\times 8$	
2,2499999744	2

$\boldsymbol{T}=(\mathbf{236,5122}\ldots)_{\mathbf{8}}$

EXERCICE 4

Calculer

a) $(EFA,D8)_{16}=(\,)_8$
b) $(723{,}421875)_{10}=(\ \ )_2$
c) $(11{,}202)_4+(1{,}1011101)_2=(\ \ )_8$

Résolution

a) $(EFA,D8)_{16}=(\,)_8$

Convertissons d'abord en base 10.

Exposant	2	1	0	-1	-2
chiffres	E	F	A,	D	8

$14\times16^2+15\times16^1+10\times16^0+13\times16^{-1}+8\times16^{-2}$

$$= 3584 + 240 + 10 + 13 \times \frac{1}{16} + 8 \times \frac{1}{16^2}$$

$$(EFA,D8)_{16} = (\,3834{,}84375)_{10}$$

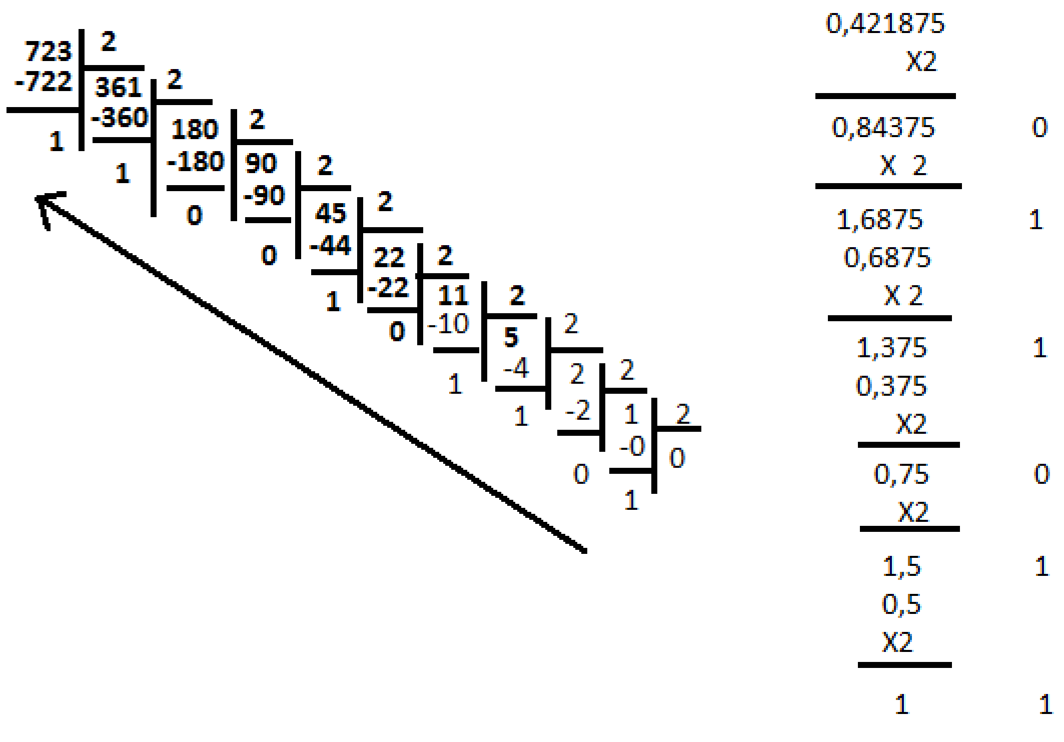
Convertissons maintenant vers la base 8

3834 -3832	8			
2	479 -472	8		
	7	59 -56	8	
		3	7 -0	8
			7	0

0,84375 × 8	
6,75	6
0,75 × 8	
6	6

$$(EFA,D8)_{16} = (\,7372{,}66)_8$$

b) $(723{,}421875)_{10} = (\ \ )_2$



$$(723{,}421875)_{10} = (\,1011010011{,}011011\,)_2$$

c) $(11{,}202)_4 + (1{,}1011101)_2 = (\ )_8$

Convertissons les deux nombres en base 10

$(11{,}202)_4 = (\ldots.)_{10}$

Exposant	1	0	-1	-2	-3
chiffres	1	1,	2	0	2

$$1 \times 4^1 + 1 \times 4^0 + 2 \times 4^{-1} + 0 \times 4^{-2} + 2 \times 4^{-3}$$

$$= 4 + 1 + 2 \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{1}{4^2} + 2 \times \frac{1}{2^3}$$

$(11{,}202)_4 = (5{,}53125)_{10}$

$(1{,}1011101)_2 = (\ \ldots.)_{10}$

Exposant	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
chiffres	1,	1	0	1	1	1	0	1

$$1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5} + 0 \times 2^{-6} + 1 \times 2^{-7}$$

$$1 + 1 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{2^2} + 1 \times \frac{1}{2^3} + 1 \times \frac{1}{2^4} + 1 \times \frac{1}{2^5} + 0 \times \frac{1}{2^6} + 1 \times \frac{1}{2^7}$$

$(1{,}1011101)_2 = (1{,}7265625)_{10}$

$(5{,}53125)_{10} + (1{,}7265625)_{10} = (7{,}2578125)_{10}$

Convertissons le résultat en base 8

$$\begin{array}{r|l} 7 & 8 \\ \cline{2-2} -0 & 0 \\ \hline 7 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 0{,}2578125 & \\ \times\ 8 & \\ \hline 2{,}0625 & 2 \\ 0{,}0625 & \\ \times\ 8 & \\ \hline 0{,}5 & 0 \\ \times\ 8 & \\ \hline 4 & 4 \end{array}$$

$(11{,}202)_4 + (1{,}1011101)_2 = (7{,}204\ \ )_8$

EXERCICE 5

Calculer

a) $(2AD,5C)_{16} = (\ )_2$
b) $(2223{,}3031)_4 = (\ )_{16}$
c) $(1,BA)_{16} = (\ )_2$

Résolution

a) Convertissons d'abord en base 10

$(2AD,5C)_{16} = (\ ?\ )_{10}$

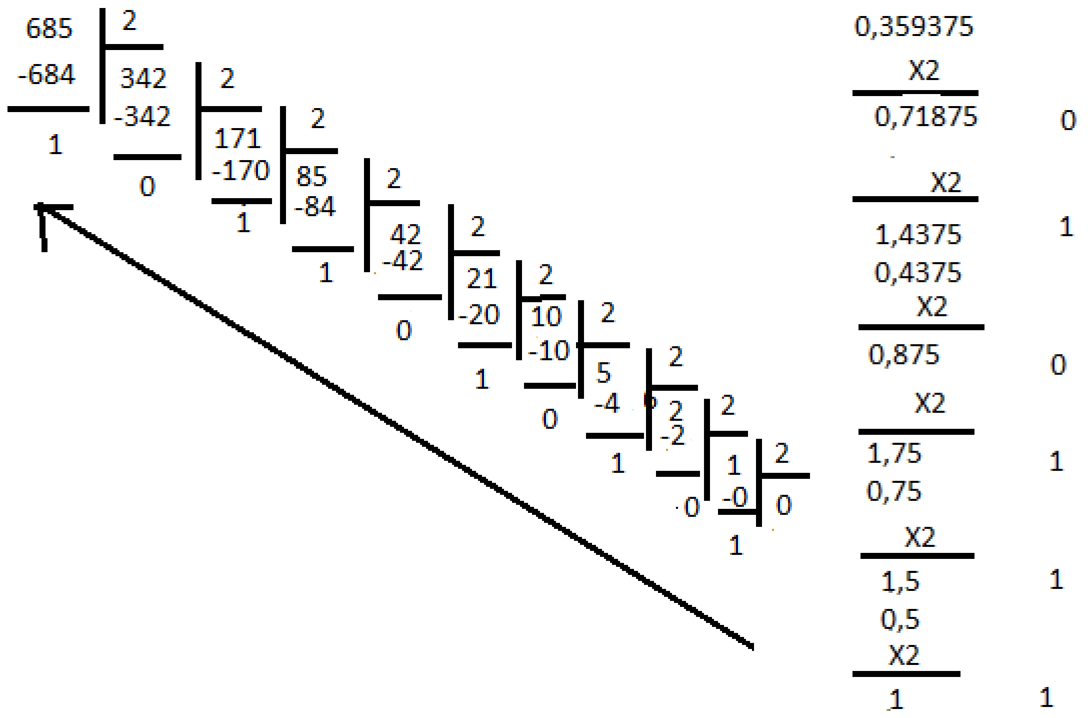
Exposant	2	1	0	-1	-2
Chiffres	2	A	D,	5	C

$$2 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 13 \times 16^0 + 5 \times 16^{-1} + 12 \times 16^{-2}$$

$$= 512 + 1600 + 13 + 5 \times \frac{1}{16} + 12 \times \frac{1}{16^2}$$

$(2AD,5C)_{16} = (\ 685{,}36328125)_{10}$

Convertissons enfin la valeur trouvée en base 2



$(2AD,5C)_{16} = (\ 1010101101{,}010111)_2$

b) $(2223{,}3031)_4 = (\ )_{16}$
Convertissons ne base 10

$(2223{,}3031)_4 = (\ ?\ )_{10}$

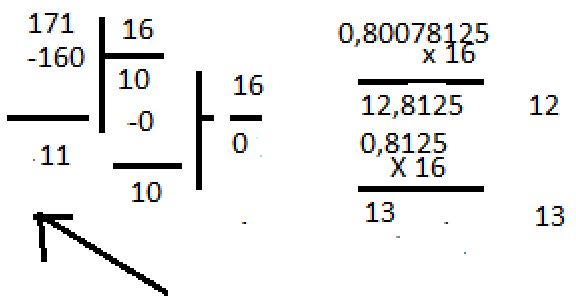
Exposant	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
Chiffres	2	2	2	3,	3	0	3	1

$$2\times 4^3 + 2\times 4^2 + 2\times 4^1 + 3\times 4^0 + 3\times 4^{-1} + 0\times 4^{-2} + 3\times 4^{-3} + 1\times 4^{-4}$$

$$= 128 + 32 + 8 + 3 + 3\times\frac{1}{4} + 0\times\frac{1}{4^2} + 3\times\frac{1}{4^3} + 1\times\frac{1}{4^4}$$

$(2223{,}3031)_4 = (171{,}80078125\ )_{10}$

Convertissons enfin en base 16



$(2223{,}3031)_4 = (AB, CD\ )_{10}$

c) $(1, BA)_{16} = (\ )_2$
Convertissons d'abord en base 10
$(1, BA)_{16} = (\ ?\ )_{10}$

Exposant	0	-1	-2
chiffres	1,	B	A

$1\times 16^0 + 11\times 16^{-1} + 10\times 16^{-2} = 1 + 0{,}6875 + 0{,}0390625$

$(1, BA)_{16} = (\ 1{,}7265625)_{10}$

Convertissons afin en base 2

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ -0 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

0,7265625 X2	
1,453125	1
0,453125 X2	
0,90625	0
X2	
1,8125	1
0,8125 X2	
1,625	1
0,625 X2	
1,25	1
0,25 X 2	
0,5	0
x 2	
1	1

$(1, BA)_{16} = (\ 1{,}1011101)_2$

EXERCICE 6

a) Calculer $T = (A + C^2 - 2B)_4$ avec $A = (FAC, BAC)_{16}$, $B = (260{,}102)_8$ et $C = (110111{,}01)_2$

b) Soit le nombre X qui est égale à la différence de l'année actuelle et d'un nombre de deux chiffres dont la somme de ces deux chiffres donne 10 et leur différence donne le plus grand diviseur commun de 12, 4, 88 et 100. Convertir X en binaire puis en hexadécimale.

Résolution

a) Convertissons d'abord mes nombres A, B et C en base 10

$A = (FAC,BAC)_{16}$

Exposant	2	1	0	-1	-2	-3
Chiffres	F	A	C,	B	A	C

$15 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 12 \times 16^0 + 11 \times 16^{-1} + 10 \times 16^{-2} + 12 \times 16^{-3}$

$= 15 \times 256 + 10 \times 16 + 12 \times 1 + 11 \times \frac{1}{16^1} + 10 \times \frac{1}{16^2} + 12 \times \frac{1}{16^3}$

$= 3840 + 160 + 12 + \frac{11}{16} + \frac{10}{256} + \frac{12}{4096}$

$= 4012 + 0{,}6875 + 0{,}0390625 + 0{,}0029296875$

$= 4012{,}7294921875$

$A = (4012{,}7294921875)_{10}$

Convertissons maintenant B

$B = (260{,}102)_8 = (?)_{10}$

Exposant	2	1	0	-1	-2	-3
Chiffres	2	6	0,	1	0	2

$= 2 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 0 \times 8^0 + 1 \times 8^{-1} + 0 \times 8^{-2} + 2 \times 8^{-3}$

$= 2 \times 64 + 6 \times 8 + 0 \times 1 + 1 \times \frac{1}{8^1} + 0 \times \frac{1}{8^2} + 2 \times \frac{1}{8^3}$

$= 128 + 48 + 0 + \frac{1}{8} + \frac{0}{64} + \frac{2}{512}$

$= 176 + 0{,}125 + 0 + 0{,}00390625$

$= 176{,}12890625$

$B = (176{,}12890625)_{10}$

Convertissons C

$C = (110111{,}01)_2 = (?)_{10}$

Exposant	5	4	3	2	1	0	-1	-2
Chiffres	1	1	0	1	1	1,	0	1

$= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$

$= 1 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 + 0 \times \frac{1}{2^1} + 1 \times \frac{1}{2^2}$

$= 32 + 16 + 0 + 4 + 2 + 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{4}$

$= 55 + 0{,}25$

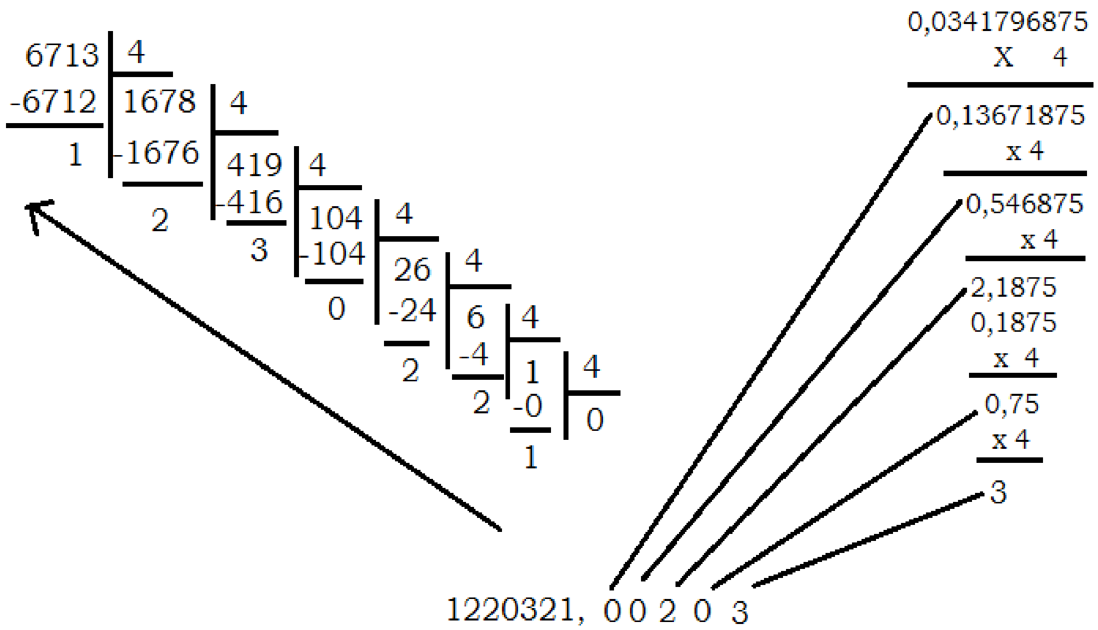
$C = (55{,}25)_{10}$

$T = (A + C^2 - 2B)_{10}$

$= 4012{,}7294921875 + (55{,}25)^2 - 2 \times 176{,}12890625$

$T = (6713{,}0341796875\ )_{10}$

Convertissons maintenant T en base 4



$T = (1220321{,}00203)_4$

b) L'année en cours c'est 2020

Cherchons ce nombre de deux chiffres dont la somme de ces deux chiffres donne 10 et leur différence donne le plus grand diviseur commun de 12, 4, 88 et 100.

Le plus grand commun diviseur de12, 4, 88 et 100 c'est 2.

Soit a : le nombre de dizaines de ce nombre et b le nombre d'unités, on a :

$a + b = 10 \quad (1)$

$a - b = 2 \quad (2)$

$(1) + (2) \Leftrightarrow a + a + b - b = 10 + 2$

$\Leftrightarrow 2a = 12$

$\Leftrightarrow a = {}^{12}/_{2}$

$\Leftrightarrow a = 6 \qquad (3)$

$(3) dans\ (1): 6 + b = 10$

$\Leftrightarrow b = 10 - 6$

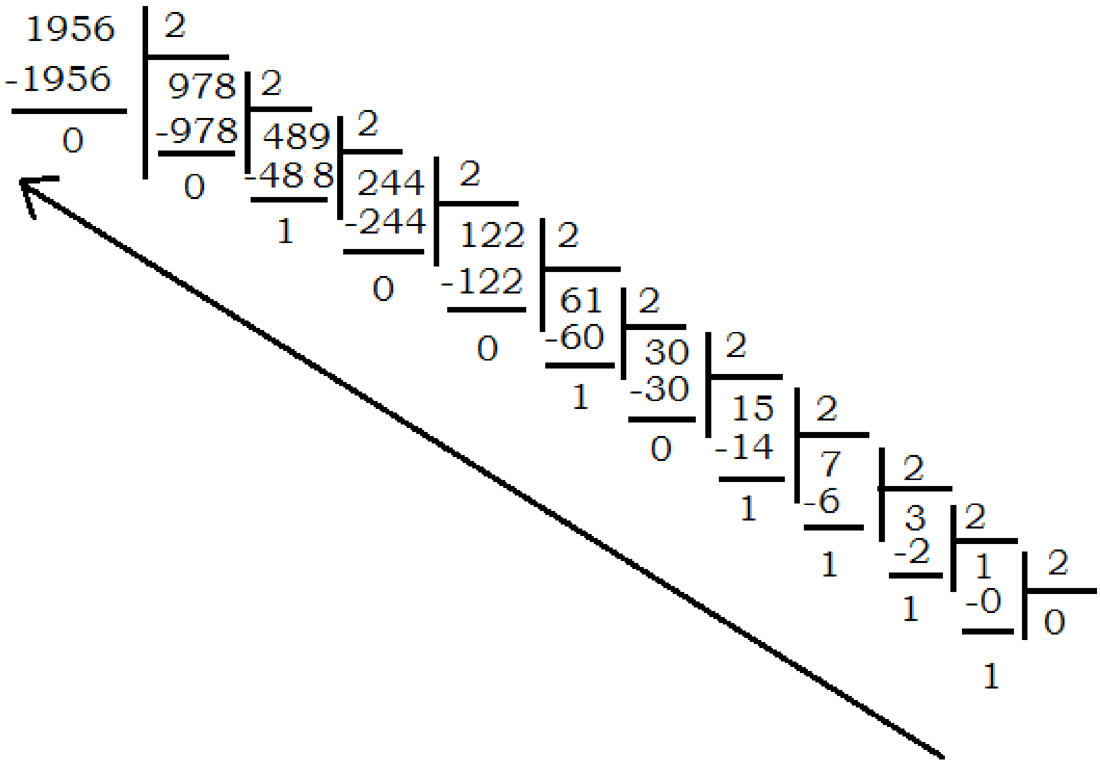
$\Leftrightarrow b = 4$

Donc le deuxième nombre est 64

$X = 2020 - 64$

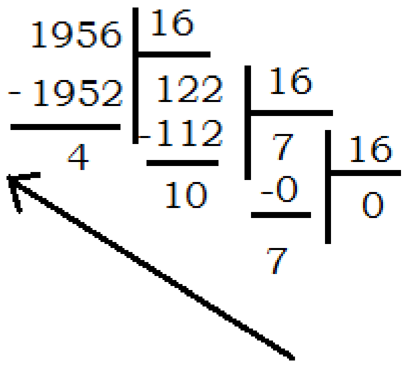
$X = 1956$

Convertissons d’abord X en binaire :



$X = (11110100100)_2$

Convertissons-le maintenant en base 16



$X = (7A4)_{16}$

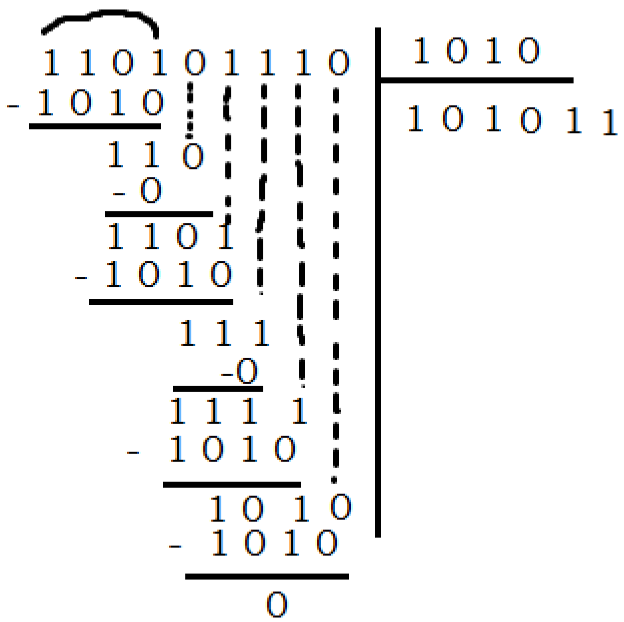
EXERCICE 7

Effectuer

a) 110101110/1010 la réponse trouvée
b) Multiplier par 1011 la réponse trouvée
c) Soustraire par 100011 la réponse trouvée
d) Additionner par 111010

Résolution

a)



$110101110/1010 = \mathbf{101011}$

b)

Multiplier par 1011 la réponse trouvée en a)

				1	0	1	0	1	1
						1	0	1	1
				1	0	1	0	1	1
+			1	0	1	0	1	1	
		0	0	0	0	0	0		
	1	0	1	0	1	1			
	1	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**

c) Soustraire par 100011

1	1	1	0	1	1	0	0	1
	-		1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	0

III. EXERCICES D'ENTRAINEMENT

EXERCICE 8

a) Calculer $R = (A + C^2 - 2B)_{16}$ avec $A = (FAC, BA)_{16}$, $B = (264{,}101)_8$ et $C = (110111{,}010110)_2$
b) Convertir la somme de l'année de l'indépendance de la RDC et de l'année actuelle en binaire puis en hexadécimal

EXERCICE 9

Effectuer

a) 1001101/1011 la réponse trouvée
b) Multiplier par 10110 la réponse trouvée
c) Soustraire par 1010101 la réponse trouvée
d) Additionner par 11101001

EXERCICE 10

Convertissez :

a) $(2DB, 456FAC)_{16} = (\ )_4$
b) $(2DB)_{16} = (\ )_{10}$
c) $(10110110111)_2 = (\ )_{10}$
d) $(1011111100110111)_2 = (\ )_{16}$
e) $(2667)_8 = (\ )_{10}$
f) $(567863)_{10} = (\ )_8 = (\ )_2 = (\ )_{16}$

EXERCICE 11

1) Convertir les nombres suivants en décimal :

a) 11000011100 c) 10011110000 e) 0110110011

b) 101011100010 d) 1101111001100 f) 010111000101

2) Convertir 0,5390626 et 0,392578125 en binaire

EXERCICE 12

a) Soit N un ensemble de nombres décimaux et B^* un ensemble de nombres binaires. Considérons un codage :

$C: N \longrightarrow B^*$

$p \rightarrow C(p)$

Soit encore une fonction $f: B^* \longrightarrow B^*$

$$x \rightarrow f(x) = 3(x + 111110) + 2x^2 + 11100101{,}11110101$$

Evaluer $foc\ de\ 165{,}65625$ sachant que $foC(x) = f[C(x)]$

b) Calculer $Z = (2X + 3\sqrt{Y+1})_{16}$ avec $X = (884{,}567)_{12}$ et $Y = (AD,DAD)_{16}$

EXERCICE 13

Convertir

1) Les nombres suivants de binaire en décimal
   a. 111010,1011010101
   b. 1011101,0010101
2) Les nombres suivants de décimal en binaire

a. 0,234375

b. 0,7437775

EXERCICE 14

$a)$ $(5674{,}9609375)_{10} = (\ldots)_2$ En utilisant l'arithmétique et les fractions en binaire.

b) Soient $X = (FAC,BAC)_{16}$ $Y = (11233{,}01)_4$ et $Z = (11101{,}1011101)_2$

Calculer $T = (X - Y + Z^2)_8$

EXERCICE 15

Calculer

$a)\ (DEFA,1000FC)_{16} = (\ )_8$

$b)\ (73{,}421875)_{10} = (\ \ )_4$

$c)\ (11{,}2032)_4 + (1101{,}1011101)_2 = (\ \ )_{16}$

$d)\ (12123123)_4 + (1257)_8 - (10111011000)_2 + (FAC,AD)_{16} = (?\ )_{12}$